

UNIVERSITÉ TOULOUSE III – PAUL SABATIER

U.F.R. PHYSIQUE CHIMIE AUTOMATIQUE

# THÈSE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ TOULOUSE III  
(SCIENCES)

Discipline : Physique Stellaire et Astérosismologie

par

**Matthieu CASTRO**

## ETUDE DES ELEMENTS CHIMIQUES ET TESTS SISMIQUES DE LA STRUCTURE INTERNE DU SOLEIL ET DES ETOILES

Soutenue le 08 Décembre 2006 devant le Jury :

Dr. Nicolas Grevesse .....	Examineur
Pr. Arlette Noels .....	Rapporteuse
Dr. Janine Provost .....	Examinatrice
Dr. Olivier Richard .....	Examineur
Pr. Michel Rieutord .....	Président
Pr. Sylvie Vauclair .....	Directrice de thèse

Laboratoire d'Astrophysique de Toulouse et de Tarbes – UMR 5572  
Observatoire Midi-Pyrénées  
14, avenue Edouard Belin  
31400 Toulouse  
FRANCE



# Remerciements

Lorsque le manuscrit est fini, que la mise en page est bouclée, que la thèse est soutenue, lorsqu'un avenir plus ou moins radieux s'ouvre alors sur une brillante carrière de chercheur, il est temps de remercier les gens qui ont compté au cours de ces trois années de thèse.

La première personne qui me vient à l'esprit est évidemment Sylvie Vauclair, sans qui ce travail n'aurait même pas eu lieu. Merci donc à Sylvie, avec qui ces trois années ont été extrêmement fructueuses sur le plan professionnel, mais aussi sur le plan humain. Merci aussi à Olivier Richard, pour toute l'aide qu'il m'a apporté.

Je dois aussi remercier beaucoup de personnes du laboratoire, une bonne ambiance de travail remplaçant souvent efficacement une concentration assidue. Merci à Loïc, pour qui il vaut mieux un bon apéro qu'un réseau qui marche. Patrick, pour ces passions toutes plus changeantes que diversifiées. Marion pour m'avoir supporté en face d'elle, ainsi que les autres petits thésards à qui je souhaite bon courage. Merci à Seb Bourgui pour son côté anar. Merci aussi à Hervé qui se prend pour un précaire à chaque apéro. Merci aux personnes de l'équipe stellaire, Gérard, Alain et Stéphane pour leur gentillesse et leur aide. Merci à Frédéric, François et Boris de l'équipe DFA/MSS qu'on peut facilement trouver à la cafétéria pour la pause café. Merci aussi à toute l'équipe administrative, Josiane, Anne-Marie, Eric et Dominique, sans qui le labo ne tournerait pas. Merci aussi à Cécile, qui a remplacé brillamment Anne-Marie, et qui est toujours là pour discuter dans les couloirs.

Merci aussi aux personnes que j'ai croisé durant les colloques, Suzanne (le yâbe est toujours dans la cabane...), Anna, Suzanna, Mario, Torben, Jørgen, P.-O., Arlette, Nicolas, Sylvie, Janine, Gilles et tous les autres, plus ou moins célèbres, qui m'ont aidé scientifiquement et pour certains (qui se reconnaîtront) pour toutes les bières bues pendant ces mêmes colloques.

Si l'environnement professionnel est important pour réussir une bonne thèse, l'entourage familial et personnel l'est d'autant plus pour tenir le coup. Je remercie particulièrement mes parents et mes grands-parents qui m'ont toujours soutenu, et sans qui vous ne liriez probablement pas ces lignes. Merci aussi à mes deux petits frères Yoann et Clément, l'un pour aimer les livres et l'autre l'ASM. Mais je veux aussi dire merci à tous mes amis qui était près de moi pendant ces trois ans.

Merci donc à mes colocataires qui ont permis de créer un foyer doux et chaleureux : Arnaud, avec qui je suis ami depuis tellement d'années que je ne les compte

plus, Nicolas, qui ne donne plus de ces nouvelles mais merci quand même, et Guilhem, *mercés* pour les blagues à deux balles, la cuisine et les chants occitans.

Merci aussi à tous les autres amis de Toulouse avec qui j'ai passé cinq années formidables. Mehdi, même si c'est moi ton père, ne l'oublies jamais. Jey, pour avoir toujours été à la bonne place au comptoir. Simon, pour aimer la montagne autant que Raphaël aime la mer, et vice-versa. Merci à Nico pour les déménagements et à Delphine pour les décisions. Merci aussi à Thierry et Chloé pour s'être mariés, Vincent et Juliette pour bientôt le faire et Serge et Elodie pour réapparaître de temps en temps. Solidarité, mes frères et mes soeurs.

Merci à Michaël pour m'avoir montrer que je pouvais tout supporter, même le pire. Stéphane, parce que c'est "la bonne chose", et Thomas, pour les cours de l'immobilier. Merci aussi à leurs chéries respectives, Delphine, Cynthia et Julie, sans vous ils seraient sûrement moins drôles.

Je tiens aussi à remercier mes amis de Clermont-Ferrand, Tony, Mathieu, Champion, Xavier, Bis et Kiki, et les anciens clermontois exilés ailleurs, Cédric, Christophe et Fadi. Merci pour être restés les mêmes tout au long de ces années, même si les cinq premiers me doivent un fût de bière.

Merci aussi à Nuno Santos de me permettre de continuer à travailler quelques temps dans le merveilleux monde de la recherche, dans cette belle ville de Lisbonne.

Une bise à la future génération : Lucie, Capucine et Arthur.

Que les oubliés me pardonnent, je les remercie tout de même et promet de les citer la prochaine fois.

Pour finir, j'adresse un merci tout particulier à Cécile, pour tout ce qu'elle m'a apporté et qu'elle m'apporte encore. Je ne rentrerai pas dans les détails, elle sait de quoi je parle.

# Table des matières

<b>Remerciements</b>	<b>3</b>
<b>Introduction</b>	<b>10</b>
<b>1 Processus de transport dans les étoiles</b>	<b>15</b>
1.1 La diffusion microscopique dans les intérieurs stellaires . . . . .	15
1.2 Le mélange induit par la rotation . . . . .	15
1.2.1 Turbulence induite par la rotation . . . . .	15
1.2.2 Circulation méridienne . . . . .	16
1.2.3 Interprétation physique des deux courants . . . . .	18
1.2.4 Influence de la circulation sur la turbulence . . . . .	19
1.2.5 Etude des effets des gradients de $\mu$ . . . . .	21
1.2.6 La tachocline . . . . .	23
1.3 La destruction du lithium dans les étoiles de type solaire et le Soleil .	23
1.4 Le code d'évolution stellaire de Toulouse-Genève . . . . .	26
1.4.1 Paramètres d'entrée du TGEK . . . . .	26
1.4.2 Traitement des processus physiques . . . . .	29
<b>2 Théorie des oscillations stellaires</b>	<b>31</b>
2.1 Quelques notions d'hydrodynamique . . . . .	31
2.1.1 Equations de l'hydrodynamique . . . . .	31
2.1.2 L'approximation adiabatique . . . . .	33
2.1.3 Structure à l'équilibre et analyse perturbationnelle . . . . .	33
2.2 Les équations d'oscillations stellaires linéaires . . . . .	35
2.2.1 Séparation des variables . . . . .	35
2.2.2 Oscillations radiales . . . . .	38
2.3 Pulsations adiabatiques linéaires . . . . .	39
2.3.1 Equations . . . . .	39
2.3.2 L'approximation de Cowling . . . . .	40
2.3.3 Piégeage des modes . . . . .	41
2.3.4 Les modes p . . . . .	43
2.3.5 Les modes g . . . . .	44
2.4 Théorie asymptotique des oscillations stellaires . . . . .	44
2.4.1 L'analyse JWKB . . . . .	45

2.4.2	Théorie asymptotique pour les modes p . . . . .	49
2.4.3	Grandes séparations et diagrammes échelles . . . . .	51
2.4.4	Petites séparations . . . . .	51
2.4.5	Les secondes différences . . . . .	53
<b>3</b>	<b>Signatures astérosismologiques des gradients d'hélium dans les étoiles de type F tardives</b>	<b>57</b>
3.1	Calibration et caractéristiques des modèles . . . . .	57
3.2	Tests de la structure interne . . . . .	59
3.3	Tests des gradients d'hélium . . . . .	59
3.3.1	Les gradients d'hélium . . . . .	59
3.3.2	Les secondes différences . . . . .	64
3.4	Discussion . . . . .	68
<b>4</b>	<b>Le lithium dans les étoiles “avec planètes”</b>	<b>75</b>
4.1	Particularités métalliques des étoiles “avec planètes” . . . . .	75
4.1.1	Surmétallicité des étoiles avec planètes . . . . .	75
4.1.2	Les mesures d'abondances en lithium dans les étoiles avec planètes . . . . .	77
4.2	Les abondances en lithium dans les étoiles avec planètes : modélisation	77
4.2.1	Etude préliminaire . . . . .	78
4.2.2	Effet des courants- $\mu$ . . . . .	81
4.2.3	Migration des planètes . . . . .	84
<b>5</b>	<b>Les nouvelles abondances dans le Soleil : comparaison de modèles solaires avec les inversions héliosismiques</b>	<b>89</b>
5.1	Le modèle solaire avec les nouvelles abondances Asp05 . . . . .	91
5.2	Un nouveau modèle sous-métallique . . . . .	93
5.3	L'undershooting convectif . . . . .	94
5.4	Le mélange induit par la rotation . . . . .	95
5.5	Discussion . . . . .	96
	<b>Conclusion</b>	<b>97</b>
	<b>Annexes</b>	<b>99</b>
	<b>A Publication 1</b>	<b>101</b>
	<b>B Publication 2</b>	<b>107</b>
	<b>C Publication 3</b>	<b>117</b>
	<b>Liste des publications</b>	<b>123</b>
	<b>Liste des tableaux</b>	<b>125</b>

<i>TABLE DES MATIÈRES</i>	7
<b>Liste des figures</b>	<b>126</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>131</b>





« Méfiez-vous toujours de ceux qui ne lisent qu'un seul livre. »

Arturo Perez-Reverte, *Les bûchers de Bocanegra*

« Je suis ton père. »

Darth Vader



# Introduction

La physique stellaire regroupe aujourd'hui un ensemble de disciplines de plus en plus variées. Alors qu'elle se limitait au début du siècle dernier à l'élaboration des équations de la structure stellaire et des modèles stellaires polytropiques (Cowling 1931, 1935; Eddington 1938; Hoyle & Lyttleton 1942), à l'étude des processus physiques comme la diffusion microscopique (Chapman 1917), la force radiative (Eddington 1926) et la rotation (Vogt 1925), et aux observations photosphériques solaires et stellaires (Unsöld 1929a,b,c), l'avènement de l'informatique dans la deuxième moitié du vingtième siècle a permis le développement des codes d'évolution stellaire et la constitution de tables d'opacités et d'équations d'état.

L'étude des abondances solaires et stellaires prend une place importante dans l'étude des intérieurs des étoiles. Outre le fait de simplement connaître la composition chimique des étoiles, elle permet également de contraindre fortement les modèles stellaires dans l'étude des processus hydrodynamiques. Ainsi, dans les années 70, les fortes anomalies chimiques observées dans des étoiles de séquence principale sont expliquées par les processus de diffusion (Praderie 1967; Michaud 1970; Watson 1971) qui avaient été ignorées depuis cinquante ans. Ces anomalies, que l'on observe maintenant dans des étoiles très variées, nécessitent la prise en compte de processus de transport de matière dans la zone radiative des étoiles dans les modèles stellaires. S'est alors développée la modélisation hydrodynamique s'intéressant aux processus de transports macroscopiques susceptibles de se produire dans les intérieurs stellaires, tels que la perte de masse (Lucy & Solomon 1970; Castor et al. 1975), le mélange induit par la rotation (Zahn 1992) ou les ondes de gravité (Press 1981; Schatzman 1996). Dans ce sens, le lithium est un élément privilégié pour l'étude des intérieurs stellaires. Sa destruction nucléaire à une relativement basse température ( $2.5 \times 10^6$  K) en fait un marqueur idéal des processus hydrodynamiques.

Parallèlement, on voit apparaître une nouvelle discipline après la découverte de l'oscillation photosphérique solaire à 5 minutes par Leighton (1960) et Leighton, Noyes and Simon (1962). L'héliosismologie, initiée par Ulrich (1970) puis Stein & Leibacher (1974) qui suggèrent que ces oscillations résultent de l'interférence entre des modes propres piégés dans une cavité localisée entre la surface et des points de retournement à différentes profondeurs, va connaître un essor insoupçonné grâce aux techniques d'inversion. Les observations au sol des oscillations solaires (IRIS<sup>1</sup>,

---

<sup>1</sup>International Research Interior Sun

BISON<sup>2</sup>, GONG<sup>3</sup>) et stellaires (ELODIE, HARPS<sup>4</sup>) ont permis de sonder l'intérieur des étoiles en déduisant des oscillations les profils de vitesse du son et de densité. C'est un nouvel outil très puissant et indépendant de l'observation photosphérique de compréhension des intérieurs stellaires. Les nouvelles missions spatiales (SOHO<sup>5</sup>, MOST<sup>6</sup>, COROT<sup>7</sup>) permettront d'aller encore plus loin.

En 1995, une nouvelle avait bouleversé, non seulement la communauté astrophysique, mais aussi le monde entier, avec la découverte de la première exoplanète autour de l'étoile de type solaire Peg 51 (Mayor & Queloz 1995). Depuis, près de deux cent planètes ont été découvertes autour d'étoiles variées ouvrant un nouveau pan de la physique stellaire, celui de l'étude des étoiles centrales de systèmes planétaires. Dans leur grande majorité, ces planètes sont des "Jupiters" orbitant très près de leur étoile centrale. Ces deux particularités résultent évidemment d'un biais observationnel, la méthode par décalage Doppler reposant sur l'interaction gravitationnelle entre l'étoile et la planète. Des instruments de plus en plus précis, comme le télescope au sol HARPS et la future mission spatiale COROT, qui utilise la technique du transit planétaire, permettent en partie de lever cette contrainte et de découvrir des planètes beaucoup plus petites (Santos et al. 2004), voire dans le futur des "Terres".

Ce travail de thèse s'est voulu diversifié et s'intéresse à plusieurs aspects de la physique stellaire ainsi qu'aux liens qui les relient. Il se base sur plusieurs faits observationnels marquants liés aux étoiles avec planètes et aux abondances solaires ainsi que sur des modèles numériques stellaires et des calculs de fréquences d'oscillations.

La première partie de ce manuscrit présente les processus de transport utilisés dans les modèles stellaires. En particulier, le mélange induit par la rotation est décrit en détail ainsi que son rôle dans les abondances en lithium dans les étoiles de type solaire. Une courte description du Code d'Evolution de Toulouse-Genève (TGEC) est aussi présentée.

Le deuxième chapitre présente les bases théoriques de l'astérosismologie et les outils utilisés dans la suite pour l'analyse des modélisations sismiques de la troisième partie. Celle-ci s'intéresse à la signature du gradient d'hélium sous la zone convective des étoiles de type F tardives. Des modélisations d'évolutions stellaires de différentes masses sont faites et toute une réflexion est menée pour montrer grâce aux outils astérosismologiques comment détecter ces gradients d'hélium dans les spectres stellaires.

Dans la quatrième partie, nous nous intéressons aux étoiles avec planètes. Les étoiles centrales de systèmes planétaires ont deux caractéristiques importantes. Premièrement, elles sont en moyenne plus métalliques que les étoiles sans planètes (Gonzalez 1998; Santos et al. 2003). L'origine de cet excès évoque deux scénarii : celui

---

<sup>2</sup>Birmingham Solar Oscillations Network

<sup>3</sup>Global Oscillation Network Group

<sup>4</sup>High Accuracy Radial velocity for Planetary Search

<sup>5</sup>Solar and Heliospheric Observatory

<sup>6</sup>Microvariability & Oscillations of STars

<sup>7</sup>CONvection, ROTation and planetary Transits

où le nuage protostellaire surmétallique favorise la formation planétaire et celui où la surmétallicité de l'étoile n'est que superficielle, provenant de l'accrétion de planètes formées à partir des éléments lourds. Ensuite, les étoiles avec planètes dont la température effective se trouve entre 5600 et 5850 K présentent une sous-abondance en lithium superficiel importante (Israelian et al. 2004). Ces observations sont des contraintes importantes pour l'étude des intérieurs stellaires et des processus de formation planétaires, et nous tentons dans cette partie de les utiliser comme test des scénarii de formation des planètes.

Enfin, le cinquième et dernier chapitre de ce manuscrit se penche sur le problème du Soleil. Les nouvelles abondances solaires mesurées par Asplund et al. (2005) remettent en question la connaissance que nous avons de notre étoile. Les modèles numériques utilisant cette nouvelle composition chimique présentent des profils de vitesse du son et de densité en très mauvais accord avec ceux fournis par les calculs d'inversion héliosismiques de Basu (1997), contrairement aux anciennes abondances de Grevesse & Noels (1993) qui concordaient avec l'héliosismologie à 0.5% près. Plusieurs solutions ont été proposées par différents auteurs (Montalbán et al. 2004, 2006; Basu & Antia 2004; Bahcall et al. 2005a; Guzik et al. 2005) sans qu'aucune ne soit réellement satisfaisante. Nous tentons alors de calculer des modèles solaires cohérent avec l'héliosismologie présentant les abondances Grevesse & Noels (1993) dans l'intérieur et une sous-abondance en métaux égale à celle de Asplund et al. (2005) en simulant une accrétion d'un gaz pauvre en métaux en début de séquence principale.



# Chapitre 1

## Processus de transport dans les étoiles

### 1.1 La diffusion microscopique dans les intérieurs stellaires

Parmi tous les processus physiques ayant lieu dans les intérieurs stellaires, la diffusion des éléments chimiques joue un rôle très important. Pourtant elle a été longtemps ignorée dans les premiers modèles stellaires. Michaud (1970) montre que la diffusion permet d'expliquer les anomalies d'abondances dans les étoiles A chimiquement particulières. On sait à présent qu'elle a lieu dans tous les types d'étoiles. L'héliosismologie a notamment montré qu'il fallait la prendre en compte pour mieux comprendre le Soleil (Bahcall & Pinsonneault 1995; Christensen-Dalsgaard et al. 1996; Richard et al. 1996).

Sous les effets opposés de la gravitation et du triage thermique d'une part, et de l'accélération radiative d'autre part, les différents éléments se séparent les uns des autres. L'équation de diffusion est obtenue à partir de l'équation de conservation de la matière. Elle permet de calculer les variations spatiale et temporelle de la concentration d'un élément dues à la diffusion microscopique, aux mouvements macroscopiques et à la production nucléaire, relativement à l'hydrogène pris comme référence. L'équation de diffusion et la vitesse de diffusion ont déjà été maintes fois décrites, en particulier dans Charbonnel (1992), Richard (1999) et Théado (2002).

### 1.2 Le mélange induit par la rotation

#### 1.2.1 Turbulence induite par la rotation

A partir de l'équation de conservation de la masse, on peut en déduire l'équation régissant le transport des espèces chimiques en présence d'un flux de matière à

grande échelle et de la diffusion :

$$\frac{\partial \rho c}{\partial t} + \nabla(\rho c u) = \nabla(\rho D \nabla c) \quad (1.1)$$

où  $u$  est la vitesse de l'écoulement à grande échelle et  $D$  la diffusivité, incluant tous les processus de diffusion. On se place toujours dans une symétrie sphérique, ainsi on suppose que  $\rho$  et  $D$  sont fonction uniquement du rayon. De plus, la turbulence verticale étant stabilisée par le gradient de concentration, on ne s'intéresse qu'au cas d'une forte turbulence horizontale dominante dans  $D$ . On exprime alors la vitesse dans un repère sphérique :

$$u_r(r, \theta) = \sum_n U_n(r) P_n(\cos \theta) \quad (1.2)$$

où  $P_n(\cos \theta)$  est le polynôme de Legendre de degré  $n$ , et où  $\theta$  et  $r$  sont respectivement la latitude et la distance au point auquel on calcule la vitesse. La dépendance en rayon de la vitesse entraîne un cisaillement vertical alors que la dépendance en latitude entraîne un cisaillement horizontal.

On suppose de plus que l'on a une symétrie axiale pour les champs à grande échelle. En négligeant le gradient de concentration horizontal devant le gradient vertical et en supposant la diffusivité horizontale plus importante que la diffusivité verticale, Chaboyer & Zahn (1992) montrent que le transport de matière se comporte comme un processus de diffusion :

$$\rho \frac{\partial c}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \rho D_{eff} \frac{\partial c}{\partial r} \right) \quad (1.3)$$

où  $c$  est la concentration moyennée sur une surface horizontale. Le coefficient de diffusion effectif  $D_{eff}$  s'écrit :

$$D_{eff} = D_v + \frac{r^2}{D_h} \sum_n \frac{U_n^2(r)}{n(n+1)(2n+1)} \quad (1.4)$$

où  $D_v$  et  $D_h$  sont respectivement les coefficients de diffusivité verticale et horizontale.

### 1.2.2 Circulation méridienne

Lorsqu'une étoile est en rotation, les équipotentiels de gravité effective prennent la forme d'ellipses due à la force centrifuge, alors que le transport d'énergie radiative a lieu de façon sphérique. Cette rupture dans la symétrie sphérique implique un déséquilibre thermique le long des équipotentiels de gravité, qui se manifeste par une température plus élevée aux pôles qu'à l'équateur. D'après Eddington (1925) et Vogt (1925), il est compensé par des mouvements de matière à grande échelle entre les pôles et l'équateur permettant de transporter de l'entropie ; c'est la circulation méridienne ou circulation d'Eddington-Sweet. Zahn (1992) montre que la circulation méridienne et la turbulence qui lui est associée peuvent être assimilées à un processus de diffusion.



Pour déterminer la vitesse de circulation méridienne, on suppose que la vitesse de rotation est constante sur chaque isobare, qui sont prises comme surfaces de référence. On peut alors écrire chaque grandeur physique sous la forme :

$$x(P, \theta) = \bar{x}(P) + \tilde{x}(P)f(\theta) \quad (1.5)$$

où  $f$  est un polynôme de Legendre de degré 2 :  $f(\theta) = P_2(\cos \theta)$ . Le calcul de la vitesse de la circulation méridienne fait apparaître deux types de termes :

- des termes liés directement à la vitesse de rotation : par exemple, les fluctuations de gravité s'écrivent :

$$\frac{\tilde{g}}{\bar{g}} = \frac{4}{3} \left( \frac{\Omega^2 r^3}{GM} \right) \quad (1.6)$$

où  $\Omega$  est la vitesse angulaire de rotation de l'étoile. Ils sont regroupés sous l'appellation courants- $\Omega$   $E_\Omega$ .

- des termes liés au poids moléculaire local qui sont regroupés sous l'appellation courants- $\mu$   $E_\mu$ .

Maeder & Zahn (1998) établissent des expressions précises des termes  $E_\Omega$  et  $E_\mu$  en prenant en compte les écarts à la loi des gaz parfaits et les cas non-stationnaires qui n'étaient pas introduits dans les calculs précédents (Zahn 1992). Dans ces conditions, la vitesse radiale de la circulation s'écrit (Théado & Vauclair 2003a) :

$$U_r(r) = \frac{P}{\bar{\rho}g\bar{T}C_p(\nabla_{ad} - \nabla + \frac{\varphi}{\delta}\nabla_\mu)} \left[ \frac{L}{M_*}(E_\Omega + E_\mu) + \bar{T}\frac{C_p}{\delta}\frac{\partial\zeta}{\partial t} \right] \quad (1.7)$$

où on a :

$$\begin{aligned} \delta &= - \left( \frac{\partial \ln \rho}{\partial \ln T} \right)_{P,\mu} & \text{et} & & \varphi &= \left( \frac{\partial \ln \rho}{\partial \ln \mu} \right)_{P,T} \\ \nabla_{ad} &= \left( \frac{\partial \ln T}{\partial \ln P} \right)_{ad} & \nabla &= \left( \frac{\partial \ln T}{\partial \ln P} \right) & \nabla_\mu &= \left( \frac{\partial \ln \mu}{\partial \ln P} \right) \\ M_* &= M \left( 1 - \frac{\Omega^2}{2\pi G \rho_m} \right) \end{aligned}$$

où  $\rho_m$  est la valeur moyenne de la densité à l'intérieur d'une sphère de rayon  $r$   
 $\zeta$  représente les fluctuations horizontales de la densité :

$$\zeta = \frac{\tilde{\rho}}{\bar{\rho}} = \frac{1}{3} \frac{r^2}{\bar{g}} \frac{d\Omega^2}{dr} \quad (1.8)$$

Les termes  $E_\Omega$  et  $E_\mu$  s'écrivent :

$$\begin{aligned} E_\Omega &= 2 \left[ 1 - \frac{\bar{\Omega}^2}{2\pi G \bar{\rho}} - \frac{\bar{\epsilon} + \bar{\epsilon}^{grav}}{\epsilon_m} \right] \frac{\tilde{g}}{\bar{g}} \\ &\quad - \frac{\rho_m}{\bar{\rho}} \left\{ \frac{r}{3} \frac{d}{dr} \left[ H_T \frac{d}{dr} \left( \frac{\zeta}{\delta} \right) - \frac{\chi_T}{\delta} \zeta + \left( 1 - \frac{1}{\delta} \right) \zeta \right] - \frac{2H_T}{r} \left( \frac{\zeta}{\delta} \right) + \frac{2}{3} \zeta \right\} \\ &\quad - \frac{\bar{\epsilon} + \bar{\epsilon}^{grav}}{\epsilon_m} \left[ H_T \frac{d}{dr} \left( \frac{\zeta}{\delta} \right) + (f_\epsilon \epsilon_T - \chi_T) \frac{\zeta}{\delta} + \left( 2 - f_\epsilon - \frac{1}{\delta} \right) \zeta \right] \end{aligned} \quad (1.9)$$

$$E_\mu = \frac{\rho_m}{\bar{\rho}} \left\{ \frac{r}{3} \frac{d}{dr} \left[ H_T \frac{d}{dr} \left( \frac{\varphi \Lambda}{\delta} \right) - \left( \chi_\mu + \frac{\varphi}{\delta} \chi_T + \frac{\varphi}{\delta} \right) \Lambda \right] - 2 \frac{H_T}{r} \frac{\varphi \Lambda}{\delta} \right\} \\ + \frac{\bar{\epsilon} + \bar{\epsilon}^{grav}}{\epsilon_m} \left[ H_T \frac{d}{dr} \left( \frac{\varphi \Lambda}{\delta} \right) + \left( f_\epsilon \epsilon_\mu + f_\epsilon \frac{\varphi}{\delta} \epsilon_T - \chi_\mu - \frac{\varphi}{\delta} \chi_T - \frac{\varphi}{\delta} \right) \Lambda \right] \quad (1.10)$$

où  $\epsilon^{grav}$  est le taux de libération d'énergie gravitationnelle ;  $\epsilon_m$  est la valeur moyenne de l'énergie à l'intérieur d'une sphère de rayon  $r$  et englobe l'énergie nucléaire et l'énergie gravitationnelle :  $\epsilon_m = L(r)/M(r)$  ;  $H_T$  est l'échelle de hauteur de température :  $H_T = \left| \frac{dr}{d \ln T} \right|$  ;  $\Lambda$  représente les fluctuations horizontales sur une isobare du poids moléculaire :  $\Lambda = \frac{\tilde{\mu}}{\mu}$  ; et on définit :

$$\chi_\mu = \left( \frac{\partial \ln \chi}{\partial \ln \mu} \right)_{P,T} \quad \chi_T = \left( \frac{\partial \ln \chi}{\partial \ln T} \right)_{P,\mu} \quad \epsilon_\mu = \left( \frac{\partial \ln \epsilon}{\partial \ln \mu} \right)_{P,T} \quad \epsilon_T = \left( \frac{\partial \ln \epsilon}{\partial \ln T} \right)_{P,\mu} \\ f_\epsilon = \frac{\bar{\epsilon}}{\bar{\epsilon} + \bar{\epsilon}^{grav}}$$

La composante tangentielle de la circulation s'obtient à partir de l'équation de conservation de la masse :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (\rho r^2 u_r(r, \theta)) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\rho u_\theta(r, \theta) \sin \theta) = 0 \quad (1.11)$$

On obtient :

$$u_\theta = -\frac{1}{2\rho r} \frac{d}{dr} (\rho r^2 U_r) \sin \theta \cos \theta \quad (1.12)$$

### 1.2.3 Interprétation physique des deux courants

#### Courants- $\Omega$

Comme il a été dit précédemment, afin de compenser le déséquilibre thermique induit par la rotation, des mouvements de matière situés dans le plan méridien se déclenchent dans l'étoile. Ainsi, sur une équipotentielle de gravité, la température est plus élevée au pôle qu'à l'équateur ce qui induit un mouvement de matière compensatoire du pôle vers l'équateur. La matière arrivant à l'équateur subit alors un mouvement descendant vers le centre dans le plan méridien, puis toujours dans le même plan, un mouvement ascendant au voisinage du pôle. Ce courant de matière est la circulation méridienne classique ou courant- $\Omega$ , et est uniquement dû à la rotation de l'étoile. Dans le traitement classique de la circulation d'Eddington-Sweet, il peut exister un endroit dans l'étoile où les forces centrifuges sont compensées par la gravitation. La circulation s'annule à cet endroit, créant une "zone de silence" entourée par deux boucles de circulation séparées, la boucle intérieure étant dirigée du pôle vers l'équateur et la boucle externe, de l'équateur vers le pôle (Öpik 1951). Dans le cas des étoiles G et de plus faibles masses, la boucle externe se situe dans la zone convective.

### Courants- $\mu$

Il existe aussi le long des équipotentielle de gravité des variations des abondances chimiques puisqu'elles dépendent de la température. Le poids moléculaire varie comme la température et est donc plus important au pôle qu'à l'équateur sur une surface de référence. En première approximation, l'entropie spécifique est inversement proportionnelle au poids moléculaire et donc la présence de gradients de poids moléculaire induit un second déséquilibre d'entropie, nécessitant d'être comblé par un second transport de matière le long des équipotentielles de gravité, mais cette fois dans le sens opposé : de l'équateur vers le pôle. Ce mouvement de matière est appelé courant- $\mu$ .

Quand la circulation méridienne classique se déclenche à cause de la rotation, les gradients horizontaux de poids moléculaires augmentent. En effet, au voisinage de l'axe de rotation, les courants- $\Omega$  remontent des couches profondes de la matière enrichie en éléments lourds par la diffusion gravitationnelle, alors qu'au voisinage de l'équateur, il entraîne la matière appauvrie des couches superficielles vers le centre. Ces gradients horizontaux de poids moléculaires alimentent des courants- $\mu$  au départ très faibles et qui deviennent de plus en plus importants. Ils peuvent alors compenser les effets des courants- $\Omega$ .

### 1.2.4 Influence de la circulation sur la turbulence

#### Le transport de matière

Dans le cas de la circulation d'Eddington-Sweet, l'équation (1.4) se réécrit en se limitant à  $n = 2$  et on note  $u_r = U_r(r)P_2(\cos \theta)$  :

$$D_{eff} = D_v + \frac{|rU_r(r)|^2}{30D_h} \quad (1.13)$$

La détermination des coefficients  $D_h$  et  $D_v$  est un problème complexe et n'a toujours pas été complètement résolu. Selon Zahn (1975), la rotation différentielle en latitude induite par la circulation méridienne maintient une turbulence qui est fortement anisotrope, avec une composante horizontale de la diffusivité turbulente  $D_h$  beaucoup plus grande que la composante verticale  $D_v$ . Le développement de cette instabilité de cisaillement verticale est possible sous certaines conditions qui sont remplies quand le flux satisfait les critères d'instabilité de Reynolds et de Richardson.

Le critère de Richardson compare l'effet stabilisateur du gradient d'entropie à la quantité d'énergie fournie par la rotation différentielle. En prenant en compte la diffusivité thermique qui diminue l'effet stabilisateur de la stratification en entropie, Maeder (1995) établit le critère de Richardson comme suit :

$$Ri = \frac{\left(\frac{\Gamma}{\Gamma+1}\right) N_T^2 + N_\mu^2}{(du/dz)^2} \leq Ri_{crit} \simeq \frac{1}{4} \quad (1.14)$$

où  $\Gamma = vl/6K$ ,  $v$  étant la vitesse turbulente,  $l$  l'échelle de longueur turbulente,  $K$  la diffusivité thermique,  $N_T^2$  la partie thermique de la fréquence de Brunt-Väisälä

(définie au Chapitre 2 - Section 2.3.1) et  $N_\mu^2$  la partie reliée au poids moléculaire moyen.

Pour que l'instabilité grandisse, la viscosité turbulente associée  $\nu_v$  doit être plus grande que la viscosité microscopique  $\nu$ , comme l'exprime le critère de Reynolds :

$$\nu_v \leq \nu Re_c \quad (1.15)$$

où  $Re_c$  est le nombre de Reynolds critique ( $\simeq 10$ ).

Talon & Zahn (1997) expriment la composante verticale de la diffusivité turbulente ainsi :

$$D_v = \frac{8}{5} \frac{Ri_{crit}(rd\Omega/dr)^2}{N_T^2/(K + D_h) + N_\mu^2/D_h} \quad (1.16)$$

(voir aussi Palacios et al. 2003, 2006).

Dans un traitement simple, Zahn (1992) suppose que  $D_h$  est proportionnel à  $(rU_r)$ . Nous choisissons une expression très simple :

$$D_h = C_h r |U_r| \quad (1.17)$$

Nous utilisons le même raisonnement pour  $D_v$  :

$$D_v = C_v r |U_r| \quad (1.18)$$

Les coefficients  $C_h$  et  $C_v$  sont des paramètres libres. Le coefficient de diffusion effectif s'écrit alors :

$$D_{eff} = C_v r |U_r| + \frac{1}{30C_h} r |U_r| = \alpha_{eff} r |U_r| \quad (1.19)$$

et on note :

$$\alpha_{eff} = C_v + \frac{1}{30C_h} \quad (1.20)$$

La stratification en densité impose que  $D_v$  soit très inférieur à  $D_h$ . Il faut noter que leurs expressions ne tiennent pas compte d'une éventuelle dépendance avec la composante horizontale de la circulation méridienne  $u_\theta$  bien que celle-ci devienne plus importante que la composante verticale dans les régions extérieures de l'étoile. C'est donc un formalisme très simplifié.

### La vitesse de circulation

En présence d'une turbulence horizontale, l'équation de conservation de l'énergie devient :

$$\rho T \left( \frac{\partial s}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla s \right) = \nabla(\chi \nabla T) + \rho \epsilon - \nabla \cdot \mathbf{F}_h \quad (1.21)$$

où  $s$  est l'entropie par unité de masse,  $\epsilon$  la production d'énergie nucléaire,  $\chi$  la conductivité thermique et  $F_h$  le flux d'énergie thermique dû à la turbulence horizontale :

$$\mathbf{F}_h = -D_h \rho T \nabla s \quad (1.22)$$

L'expression de  $U_r$  (1.7) devient :

$$U_r(r) = \frac{P}{\bar{\rho}g\bar{T}C_p(\nabla_{ad} - \nabla + \frac{\varphi}{\delta}\nabla_\mu)} \left[ \frac{L}{M_*}(E_\Omega + E_\mu + E_h) + \bar{T}\frac{C_p}{\delta}\frac{\partial\zeta}{\partial t} \right] \quad (1.23)$$

où

$$E_h = \frac{M_*}{L} \frac{6}{r^2} C_p \bar{T} D_h \frac{\zeta}{\delta} \quad (1.24)$$

La turbulence horizontale agit aussi dans l'expression (1.10) de  $E_\mu$  par l'intermédiaire du terme  $\Lambda$ . En effet, en homogénéisant les couches horizontales, la turbulence ralentit la construction des gradients horizontaux de poids moléculaire. En présence de turbulence,  $\Lambda$  vérifie (Chaboyer & Zahn 1992; Maeder & Zahn 1998) :

$$\frac{\partial\Lambda}{\partial t} + U_r(r) \frac{\partial \ln \bar{\mu}}{\partial r} = -\frac{6}{r^2} D_h \Lambda \quad (1.25)$$

### Le transport de moment angulaire

Le transport des espèces chimiques par la circulation méridienne induit un transport de moment angulaire. En supposant qu'il n'est transporté que par l'advection et la diffusion turbulente de viscosité  $\nu$  et que la turbulence est fortement anisotrope avec une composante de la viscosité plus importante dans la direction horizontale ( $\nu_h$ ) que verticale ( $\nu_v$ ), le transport de moment angulaire s'écrit :

$$\rho \frac{\partial}{\partial t} (r^2 \bar{\Omega})_{Mr} = \frac{1}{5r^2} \frac{\partial}{\partial r} (\rho r^4 \bar{\Omega} U_r(r)) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( \rho \nu_v r^4 \frac{\partial \bar{\Omega}}{\partial r} \right) \quad (1.26)$$

Le transport de moment angulaire est plus efficace que le transport de matière en présence d'une importante turbulence horizontale. Il est calculé en résolvant cinq équations différentielles du premier degré (l'équation (1.26) du quatrième ordre divisée en quatre et l'équation (1.25) avec la méthode de relaxation de Newton-Raphson (voir Palacios et al. 2003, 2006).

### 1.2.5 Etude des effets des gradients de $\mu$

Nous avons vu dans les sections précédentes que les composantes radiales et tangentielles de la vitesse de la circulation méridienne s'expriment sous la forme :

$$u_r = U_r P_2(\cos \theta) \quad (1.27)$$

$$u_\theta = -\frac{1}{2\rho r} \frac{d}{dr} (\rho r^2 U_r) \sin \theta \cos \theta \quad (1.28)$$

L'amplitude de la vitesse verticale s'écrit :

$$U_r = \frac{P}{\bar{\rho}g\bar{T}C_p(\nabla_{ad} - \nabla + \frac{\varphi}{\delta}\nabla_\mu)} \frac{L}{M_*} E_{tot} \quad (1.29)$$

où

$$E_{tot} = (E_{\Omega} + E_{\mu} + E_h + E_{\zeta}) \quad (1.30)$$

$E_{\Omega}$  est le terme décrivant les courants- $\Omega$  et est défini par l'expression (1.9),  $E_{\mu}$  décrit les courants- $\mu$  par l'expression (1.10),  $E_h$ , dont l'expression est donnée par l'équation (1.24), représente la turbulence horizontale et  $E_{\zeta}$  s'écrivant :

$$E_{\zeta} = \frac{M_*}{L} \bar{T} C_p \frac{\partial \zeta}{\partial t} \quad (1.31)$$

décrit le transport de moment angulaire.

Le terme  $E_{\zeta}$  ne peut être important qu'au début de la vie de l'étoile lors de sa phase de freinage et à condition que l'échelle de temps du transport de moment angulaire soit plus petite que quelques millions d'années (Théado & Vauclair 2003a). Puis  $E_{\zeta}$  devient négligeable devant  $E_{\Omega}$  et  $E_{\mu}$ .  $E_h$  peut aussi être considéré comme négligeable devant les autres termes.

Lorsque les étoiles parviennent sur la séquence principale, leur composition chimique est quasiment homogène. Pendant l'évolution, des gradients de poids moléculaire se construisent sous l'effet de la diffusion microscopique. La vitesse de diffusion diminue avec la profondeur, les gradients de poids moléculaire induits par la diffusion se construisent donc plus efficacement sous la zone convective. Au cours de la séquence principale, ses gradients peuvent devenir suffisamment importants pour que les courants- $\mu$  qu'ils induisent deviennent du même ordre de grandeur que les courants- $\Omega$  sous la zone convective.  $|E_{\Omega}|$  et  $|E_{\mu}|$  deviennent alors localement pratiquement égaux.

Lorsque le gradient horizontal de poids moléculaire atteint une valeur critique, notée  $\Lambda_{crit}$ ,  $|E_{\mu}|$  devient égal à  $|E_{\Omega}|$ . La vitesse de la circulation méridienne doit alors s'annuler et le mélange disparaître. Ce phénomène peut se retrouver dans deux zones de l'étoile : dans le cœur nucléaire lorsque le gradient de poids moléculaire induit par les réactions nucléaires devient suffisamment important (Mestel & Moss 1986) et sous la zone convective externe dans le cas du gradient de poids moléculaire induit par la diffusion, puis le gel s'enfonce dans l'intérieur radiatif. Le phénomène diffusif se poursuit alors brisant l'équilibre des deux courants sous la zone convective. De la matière homogène diffuse depuis la zone convective vers la zone radiative, le gradient horizontal de poids moléculaire redevient alors inférieur à sa valeur critique. L'équilibre entre les deux courants est rompu et la circulation est relancée.

La circulation méridienne "normale" (avant que  $|E_{\Omega}| \simeq |E_{\mu}|$ ) s'établit avec une divergence du flux négative : la matière est expulsée horizontalement du flot ascendant, du centre vers le pôle, vers le flot descendant au voisinage de l'équateur. Après la rupture d'équilibre entre les deux courants, la vitesse radiale de la circulation est très faible sous la zone convective excepté dans la zone perturbée par la diffusion. Dans cette couche limite, la vitesse augmente rapidement avec le rayon, et la divergence du flux est alors positive. La matière est aspirée au lieu d'être expulsée. Il apparaît alors une seconde boucle de circulation dirigée de l'équateur vers le pôle et se refermant dans la zone convective. Cette boucle limite réinjecte dans la zone

convective une partie de la matière diffusée jusqu'à ce qu'un nouvel équilibre entre les deux courants de circulation soit atteint. Si l'échelle de temps de rétablissement de l'équilibre entre les deux courants est inférieure à celle de la diffusion, le flot de matière dans cette seconde boucle s'ajuste en permanence et les gradients de poids moléculaires horizontaux et verticaux restent constants dans la zone gelée. On a alors en première approximation un état quasi-stationnaire dans lequel  $\Lambda$  est égal à  $\Lambda_{crit}$  sous la zone convective excepté dans une couche limite où  $\Lambda$  décroît exponentiellement de  $\Lambda_{crit}$  à zéro dans la zone convective. Le couplage entre la diffusion et le mélange peut donc ralentir les deux processus dans la zone gelée quand les courants  $E_\Omega$  et  $E_\mu$  sont du même ordre de grandeur. En dehors de cette zone la diffusion et le mélange se poursuivent normalement.

### 1.2.6 La tachocline

L'observation de la surface du Soleil montre que les régions externes ne sont pas en rotation de corps solide, l'équateur tournant plus vite que les pôles. L'héliosismologie a permis de sonder le profil de rotation à l'intérieur du Soleil. On sait maintenant que d'une part dans la zone convective, le taux de rotation à une latitude donnée est indépendant de la profondeur, et d'autre part qu'il existe entre la zone de rotation différentielle et la rotation de corps solide à l'intérieur, une zone de transition appelée *tachocline*. Cette zone est le siège de forts cisaillements et semble être le siège de la dynamo solaire. Spiegel & Zahn (1992) et Brun et al. (1998) expriment la tachocline sous forme d'un coefficient de diffusion effectif  $D_{eff}$  de forme exponentielle. Richard (1999) l'exprime sous la forme :

$$D_{eff} = D_{bzc} \exp \left( \ln 2 \frac{r - r_{bzc}}{\Delta} \right) \quad (1.32)$$

où  $D_{bzc}$  est la valeur de  $D_{eff}$  à la base de la zone convective,  $r_{bzc}$  est le rayon à la base de la zone convective et  $\Delta$  est la largeur à mi-hauteur de la tachocline. Celle-ci a cependant différentes définitions. Basu (1997), Antia et al. (1998) et Basu & Antia (2001) la définissent comme la distance sur laquelle la variation du taux de rotation dans la tachocline  $\Omega_{tachoc}$  passe de 0.269 à 0.731 fois sa valeur maximale, alors que Kosovichev (1996) et Charbonneau et al. (1999) utilisent la distance sur laquelle  $\Omega_{tachoc}$  passe de 0.08 à 0.92 fois sa valeur maximale. Les valeurs oscillent entre 0.04-0.05  $R_\odot$  (Basu 1997; Antia et al. 1998; Basu & Antia 2001; Charbonneau et al. 1999) et 0.09  $R_\odot$  (Kosovichev 1996; Kosovichev et al. 1998). Dans tous les cas, la faible épaisseur trouvée n'a pas d'explication satisfaisante (Spiegel & Zahn 1992; Gilman & Fox 1997; Gough & McIntyre 1998).

## 1.3 La destruction du lithium dans les étoiles de type solaire et le Soleil

Le lithium est un élément important dans l'étude des intérieurs stellaires. C'est un élément fragile, détruit à faible température ( $\simeq 2.5.10^6$  K) par la réaction  ${}^7\text{Li}(p, \alpha){}^4\text{He}$

et donc un excellent traceur des processus hydrodynamiques se produisant à l'intérieur des étoiles. Dans une étoile typique de séquence principale, le lithium est en général préservé dans les couches externes de l'étoile (ce qui représente environ 2-3% de la masse de l'étoile). Les observations du lithium dans les étoiles de population I montrent cependant que celui-ci est fortement détruit dans les étoiles de séquence principale dont la température effective appartient à un intervalle étroit situé entre 6500-6800 K. Cette "brèche du lithium" a été observée pour la première fois dans l'amas des Hyades par Wallerstein et al. (1965) puis confirmé par Boesgaard & Trippicco (1986). Cette brèche existe dans tous les amas d'âge supérieur à  $10^8$  ans et dans les étoiles du champ. Elle est par contre absente dans les Pléiades qui présentent une importante dispersion dans les abondances en lithium (Soderblom et al. 1993). Ces résultats montrent d'une part que la destruction du lithium a lieu en grande partie durant la séquence principale et d'autre part que la destruction du lithium est fortement liée au taux de rotation de l'étoile. Mais la base de la zone convective d'étoiles de ce type n'est pas assez chaude et profonde pour détruire le lithium. Ces observations suggèrent donc l'existence sur la séquence principale de processus non standard de destruction du lithium. L'observation des vitesses de rotation montrent que les étoiles plus froides que la brèche sont fortement ralenties au cours de leur évolution (Gaigé 1993), de plus les modèles stellaires montrent que les étoiles du côté chaud ont une zone convective très fine alors que la profondeur de celle-ci augmente rapidement quand la température diminue.

En fait, les modèles standard d'évolution prédisent que l'abondance en Li pendant la séquence principale dépend uniquement de la température effective stellaire, de l'âge et de la métallicité (D'Antona & Mazzitelli 1994). Mais des processus physiques non standard jouent probablement un rôle important.

Michaud (1986), puis Proffitt & Michaud (1991), Richer et al. (1992) et Richer & Michaud (1993) avec des traitements plus précis, ont étudié l'influence de la diffusion pure sur la destruction du lithium. Michaud reproduit la brèche du lithium grâce à deux paramètres : le paramètre de longueur de mélange et le taux de perte de masse. En effet, plus la zone convective est profonde (et donc l'étoile froide), plus l'échelle de temps de diffusion est grande et donc moins la destruction du lithium est importante, ce qui peut expliquer la remontée de l'abondance en lithium du côté froid de la brèche. Du côté chaud de la brèche, l'accélération radiative devient prépondérante, provoquant un enrichissement en surface éliminé par une perte de masse. Seulement, la brèche de Michaud est trop étroite par rapport à celle observée à l'âge des Hyades. De plus, les modèles avec la diffusion pure présentent des sous-abondances en carbone, oxygène et bore qui ne sont pas observées (Boesgaard 1989; Friel & Boesgaard 1990; Garcia Lopez et al. 1993). On peut donc penser à un phénomène de transport supplémentaire qui annule les effets de la diffusion et dont l'action sur le lithium est prépondérante.

Charbonnel et al. (1992) ont étudié la destruction du lithium induite par la circulation méridienne. Leurs modèles ne tiennent pas compte de la rotation différentielle et les effets des gradients de poids moléculaires sont négligés. Les modèles sont pa-



ramétrés de telle façon que la “zone de silence” entre les deux boucles de circulation se trouve dans la zone convective pour les étoiles du côté froid de la brèche et dans la zone radiative pour les étoiles du côté chaud empêchant le lithium d’être amené jusqu’aux couches de destruction. Leurs prédictions théoriques coïncident avec les observations pour le côté froid de la brèche mais la diffusion est encore trop forte du côté chaud.

Charbonnel et al. (1994) lient la destruction du lithium au processus de transport et à la dissipation du moment angulaire. Les étoiles arrivent sur la séquence principale en rotation rapide et subissent un fort ralentissement. La turbulence générée par les forces de cisaillement dues à la rotation différentielle entre les couches externes qui ralentissent en premier, et l’intérieur déclenche un mélange dans les couches internes où le lithium est détruit. La dispersion en lithium est expliquée par la variété de moments angulaires initiaux. De plus, la température effective à laquelle la zone de silence apparaît sous la zone convective coïncide avec la température effective de la brèche.

Chaboyer et al. (1995) reproduisent les abondances en lithium de plusieurs amas avec des modèles incluant la diffusion microscopique et le mélange induit par la rotation, mais n’explique pas les différents profils de rotation des étoiles de ces amas.

Talon & Charbonnel (1998) parviennent à reproduire le côté chaud de la brèche avec des modèles incluant le triage gravitationnel et le mélange prescrit par Zahn (1992) et Talon & Zahn (1997), qui utilise une description pour le transport de moment angulaire et de matière par la circulation méridienne et les instabilités de cisaillement. Mais l’augmentation de l’abondance en lithium du côté froid de la brèche n’est pas expliquée par ce mécanisme, ainsi que les anomalies en isotopes C et N observées dans les géantes rouges du champ et des amas (Palacios et al. 2005).

Théado & Vauclair (2003c) ajoutent à la circulation méridienne l’effet des gradients de  $\mu$  et réussissent à reproduire parfaitement la brèche du lithium dans son ensemble, mais en ajustant d’une étoile à l’autre les paramètres libres du mélange.

Charbonnel & Talon (2005) utilisent le formalisme de Talon & Charbonnel (2005) pour calculer des modèles d’étoiles de masse solaire évoluées, incluant le transport de moment angulaire par la circulation méridienne, la turbulence de cisaillement et les ondes de gravité internes, ainsi que le freinage de la rotation par un couplage magnétique (Kawaler 1988) à la surface de l’étoile afin de reproduire les profils de rotation des Hyades. Ces modèles reproduisent à la fois le profil de rotation et l’évolution de l’abondance de surface en lithium de différents amas galactiques.

Le Soleil fait partie des étoiles ayant une faible abondance en lithium de surface puisqu’elle est inférieure d’un facteur 140 par rapport aux observations de l’abondance en lithium dans les météorites. Le bas de sa zone convective est aussi trop froide pour que le lithium y soit détruit par simple mouvement convectif, des processus non standard ont lieu. Blöcker et al. (1998) reproduisent le lithium atmosphérique solaire en utilisant dans leurs modèles un “mélange lent”, un processus de diffusion relié à un overshooting convectif opérant dans presque tout l’intérieur radiatif. Dans Richard et al. (2004), les auteurs utilisent le mélange induit par la rotation présenté

dans Théado & Vauclair (2003c). La paramétrisation de ce mélange et l'utilisation d'une tachocline sous la zone convective permet à la fois d'être en accord avec l'héliosismologie en reproduisant le gradient d'hélium sous la zone convective, et d'obtenir une destruction cohérente du lithium.

Les calculs de leurs modèles solaires ont été effectués grâce au Code d'Evolution stellaire de Toulouse-Genève décrit dans la section suivante.

## 1.4 Le code d'évolution stellaire de Toulouse-Genève

Le code d'évolution stellaire de Toulouse-Genève (TGEC) a été écrit par Kippenhahn dans les années soixante-dix. Il a dans la suite été amélioré par de nombreux auteurs. On peut, entre autres, citer Corinne Charbonnel, Suzanne Talon, Olivier Richard et Sylvie Théado qui ont introduit et amélioré la diffusion microscopique et le mélange induit par la rotation. Le code calcule la structure stellaire d'une étoile de masse donnée à chaque étape de son évolution sur la séquence principale.

Les modèles calculés sont à symétrie sphérique et sont supposés être en équilibre hydrodynamique. Ces modèles sont découpés en couches d'épaisseur  $dr$  variable. Le maillage est ainsi resserré dans les zones sensibles telles que la zone de transition entre les zones convective et radiative. Tous les paramètres physiques sont calculés à chaque couche. Cette description revient à un problème unidimensionnel.

Nous présentons dans ce chapitre une vue d'ensemble des paramètres d'entrée et du traitement des processus physiques du TGEC.

### 1.4.1 Paramètres d'entrée du TGEC

#### L'équation d'état

L'équation d'état permet à partir de deux des trois paramètres physiques  $p$ ,  $T$  et  $\rho$  de déterminer, pour un mélange donné, le troisième paramètre physique, ainsi que les grandeurs thermodynamiques nécessaires au calcul des modèles ( $\nabla_{ad}$ ,  $\delta$ ,  $C_p$ ,  $\Gamma_1$ , ...). Les équations d'état se présentent dans le code sous forme de tables pour les différentes valeurs de la fraction de masse d'hydrogène, d'hélium, de la température et de la pression ou de la densité. La méthode d'interpolation des tables est une interpolation quadratique, à température donnée, à trois valeurs différentes de la densité, suivie par une interpolation quadratique le long de la température.

Le code donne le choix entre sept tables d'équation d'état tel que MHD ou OPAL. Les tables MHD (Mihalas, Däppen & Hummer 1988; Däppen 1992) sont construites en utilisant un schéma *chimique* qui considère les atomes, les ions et les molécules comme des particules distinctes dans un plasma. Elles sont basées sur une minimisation de l'énergie libre afin de calculer les équilibres de dissociation et d'ionisation d'un gaz à plusieurs composants. L'énergie libre utilisée prend en compte l'énergie libre de translation des atomes, ions et molécules, l'énergie libre interne des particules dans leurs états excités, l'énergie libre du gaz d'électrons partiellement ionisé

et l'énergie libre provenant des interactions de Coulomb écrantées des particules chargées. Les états des constituants du plasma sont calculés par des probabilités d'occupation.

Les tables OPAL (Rogers et al. 1996; Rogers 2001) suivent un schéma *physique*. Cette approche utilise l'ensemble grand canonique et fait intervenir les électrons et les noyaux comme constituants fondamentaux du plasma. L'équilibre d'ionisation est inclus dans l'ensemble grand canonique qui prend en compte toutes les interactions électrons-noyaux et aucune minimisation de l'énergie libre n'est donc nécessaire. L'analyse statistique fournit les effets du plasma, et supprime la divergence de la fonction de partition.

Pratiquement tous les modèles calculés dans cette thèse utilisent les tables MHD 92 excepté les modèles solaires qui utilisent les tables OPAL 2001.

### Les opacités

Les opacités permettent de calculer le transport d'énergie par transfert radiatif ainsi que l'énergie déposée dans chaque couche du modèle. Le gradient radiatif obtenu est :

$$\nabla_{rad} = \frac{3}{16\pi acG} \frac{\kappa L_r p}{mT^4} \quad (1.33)$$

où  $a$  est la constante de densité de radiation,  $c$  la vitesse de la lumière,  $G$  la constante universelle de gravitation,  $\kappa$  l'opacité et  $L_r$  la luminosité au rayon  $r$  considéré.

Les opacités sont calculées pour un mélange de composition métallique donnée en prenant en compte de nombreuses données atomiques. Elles se présentent aussi sous forme de tables pour différentes fractions de masse d'hydrogène et d'hélium et différentes températures et pressions.

Dans le TGEC, il est possible d'utiliser des tables OPAL dont la plus récente est la table OPAL 1996 (Iglesias & Rogers 1996) complétée par les opacités à basse température de Alexander & Ferguson (1994). Elles ont été calculées pour une composition chimique correspondant aux abondances photosphériques déterminées par Grevesse & Noels (1993).

### Les réactions nucléaires

Le taux de réaction nucléaire entre deux particules  $i$  et  $j$  s'écrit :

$$r_{ij} = N_i N_j \langle \sigma_{ij} v_{ij} \rangle \frac{1}{1 + \delta_{ij}} \quad (\text{réactions.cm}^{-3}.\text{s}^{-1}) \quad (1.34)$$

où  $\delta_{ij}$  est le symbole de Kronecker,  $N_i$  et  $N_j$  sont respectivement les densités numériques des espèces  $i$  et  $j$ ,  $\sigma_{ij}$  est la section efficace de la réaction et  $v_{ij}$  est la vitesse relative des deux particules.

L'énergie produite par les réactions nucléaires s'écrit :

$$\epsilon_n = \sum_{ij} \frac{r_{ij}}{\rho} Q_{ij} \quad (\text{ergs.g}^{-1}.\text{s}^{-1}) \quad (1.35)$$

où  $Q_{ij}$  est l'énergie de la réaction en ergs. L'énergie emportée par les neutrinos émis lors des différentes réactions nucléaires s'exprime de la même manière en remplaçant  $Q_{ij}$  par l'énergie moyenne des neutrinos émis.

Afin de prendre en compte les effets du plasma environnant, il faut ajouter un facteur d'écrantage dans l'expression de  $\langle \sigma_{ij} v_{ij} \rangle$ . Dans l'approximation de l'écrantage faible, ce facteur s'écrit :

$$f = \exp \left( \frac{Z_i Z_j e^2}{kT \lambda_d} \right) \quad (1.36)$$

où  $Z_i$  et  $Z_j$  sont respectivement les charges des particules  $i$  et  $j$ ,  $e$  la charge de l'électron et  $\lambda_d$  le rayon de Debye :

$$\lambda_d = \left( \frac{kT}{4\pi e^2 (\sum_i N_i Z_i^2 + N_e)} \right)^{1/2} \quad (1.37)$$

où  $N_e$  est la densité électronique. L'écrantage faible est valable tant que  $kT \lambda_d \gg Z_i Z_j e^2$  (Gruzinov & Bahcall 1998).

Il est possible dans le code de calculer les taux de réactions nucléaires utilisant les formules analytiques fournies par Caughlan & Fowler (1988), Adelberger et al. (1998) ou la collaboration NACRE (Angulo et al. 1999). Le code calcule les taux de réactions nucléaires  $r_{ij}$  des chaînes pp et du tricycle CNO jusqu'à la réaction  $^{18}\text{O}(p, \gamma)^{19}\text{F}$ , les taux de production de l'énergie nucléaire et gravitationnelle  $\epsilon_n$  et  $\epsilon_g$ , et les corrections d'écrantage  $f$  des différentes réactions.

## La composition chimique initiale

La fraction de masse initiale d'hélium 4  $Y$  est un paramètre libre. Dans le cas d'un modèle solaire, il est calibré afin d'obtenir la luminosité solaire à l'âge solaire. La métallicité initiale  $Z$  est choisie et la fraction de masse d'hydrogène initiale  $X$  en découle.

Dans le cas de modèles de composition chimique solaire, les abondances initiales correspondent aux abondances photosphériques solaires utilisées dans le calcul des opacités, c'est-à-dire Grevesse (1991) ou Grevesse & Noels (1993) pour les opacités OPAL92 ou OPAL96 (les dernières abondances photosphériques de Asplund et al. (2005) sont aussi disponibles). La composition chimique ne varie pas dans la zone convective et reproduit donc les abondances photosphériques observées. Les éléments lourds pris en compte ( $^6\text{Li}$ ,  $^7\text{Li}$ ,  $^9\text{Be}$ ,  $^{10}\text{B}$ ,  $^{11}\text{B}$ ,  $^{12}\text{C}$ ,  $^{13}\text{C}$ ,  $^{14}\text{N}$ ,  $^{15}\text{N}$ ,  $^{16}\text{O}$ ,  $^{17}\text{O}$ ,  $^{18}\text{O}$ ,  $^{20}\text{Ne}$ ,  $^{22}\text{Ne}$ ,  $^{24}\text{Mg}$ ,  $^{25}\text{Mg}$ ,  $^{26}\text{Mg}$ ) sont traités séparément. Il est aussi possible d'ajuster chaque élément chimique pour avoir une composition chimique libre.

### 1.4.2 Traitement des processus physiques

#### L'atmosphère

Le traitement de l'atmosphère suppose une relation d'Eddington  $T(\tau)$  pour une atmosphère grise :

$$T = T_{eff} \left[ \frac{3}{4} \left( \tau + \frac{2}{3} \right) \right]^{0.25} \quad (1.38)$$

où  $\tau$  est la profondeur optique. L'intégration de l'équation hydrostatique démarre à  $\tau = 0.001$  jusqu'à atteindre  $T = T_{eff}$  ( $\tau = 2/3$ ).

#### La convection et l'overshooting

Le traitement de la convection dans le code fournit le transfert d'énergie dans la zone convective ainsi que le gradient de température. La stabilité de la zone convective est déterminée par le critère de Schwarzschild :

$$\nabla_{rad} \geq \nabla_{ad} \quad (1.39)$$

où  $\nabla_{rad}$  et  $\nabla_{ad}$  sont respectivement le gradient de température radiatif et adiabatique.

La zone convective externe est traitée grâce à la théorie de la longueur de mélange (noté MLT) développée par Böhm-Vitense (1958) suivant la formulation de Henyey et al. (1965), où les bulles convectives sont des éléments macroscopiques dont le libre parcours moyen est la longueur de mélange caractéristique  $l$ . Dans les modèles, le paramètre  $\alpha = l/H_p$ , où  $H_p$  est l'échelle de hauteur de pression, est donné par la calibration.

L'*overshooting* est une extension de la zone de mélange convectif au-delà de la limite déterminée par le critère de Schwarzschild. L'overshooting peut avoir lieu aussi bien à la bordure du cœur convectif que de la zone convective externe. Ce phénomène est dû au fait que les bulles convectives, montantes dans le cas du cœur et descendantes dans le cas de la zone externe, ne sont pas stoppées nettes à la jonction zone radiative/zone convective. Ces bulles, accélérées dans la zone convective, ne sont freinées qu'une fois qu'elles atteignent la zone radiative, dans laquelle elles continuent sous l'effet de leur propre inertie. La force de flottabilité  $k_r$  agissant sur un élément est (Kippenhahn & Weigert 1994) :

$$k_r \sim \nabla - \nabla_{ad} \quad (1.40)$$

avec un facteur de proportionnalité positif.  $k_r$  est donc petit est positif dans la zone convective. Au-delà de la bordure,  $\nabla$  devient égal à  $\nabla_{rad}$  qui devient très vite beaucoup plus petit que  $\nabla_{ad}$ . Donc la force  $k_r$  atteint rapidement des valeurs grandes et négatives et l'élément "overshooté" est stoppé sur une petite fraction de l'échelle de hauteur de pression.

Dans le code, la zone d'overshooting est une extension de la zone convective d'une distance  $l_{ov} = \alpha_{ov} \times \min(H_P, R_{CC})$  dans le cas du cœur et  $l_{ov} = \alpha_{ov} \times H_P$  dans le cas de la zone externe, et où  $\alpha_{ov}$  est un paramètre libre (généralement  $\alpha_{ov} \sim 0.15$ ),  $H_P$  est l'échelle de hauteur de pression et  $R_{CC}$  le rayon du cœur convectif.

### La diffusion microscopique

La diffusion microscopique, qui est la superposition du triage gravitationnel et de la diffusion thermique a été introduite dans le code par Corinne Charbonnel et améliorée par Suzanne Talon et Olivier Richard. La pression radiative n'a pas encore été introduite. Deux formalismes différents sont disponibles, celui de Chapman & Cowling (1970) qui suppose un gaz dilué ionisé avec un potentiel de Coulomb pur, et celui de Paquette et al. (1986), qui suppose un potentiel de Coulomb écranté du type Debye-Hückel. Les éléments pris en compte dans les calculs de diffusion sont H, He, C, N, O, Ne et Mg.

Dans nos modèles, nous utiliserons toujours les coefficients de diffusion calculés par Paquette et al. (1986). L'approximation de l'ionisation totale des éléments pour calculer la vitesse de diffusion est bien satisfaite pour H et He mais peut expliquer certaines différences pour les abondances de C, N et O entre différents modèles publiés (Turcotte et al. 1998).

### Les processus de mélange

Le code TGEc permet d'introduire dans les modèles d'évolution stellaire un mélange turbulent induit par la rotation et une circulation méridienne (Zahn 1992). Richard et al. (1996) ont amélioré le mélange en introduisant une coupure à un certain gradient du poids moléculaire moyen  $\mu$  afin de ne pas mélanger les zones où se produisent les réactions nucléaires. Théado & Vauclair (2003b) ont ajouté à la circulation méridienne classique une autorégulation par courants de  $\mu$ .

# Chapitre 2

## Théorie des oscillations stellaires

Le contenu de ce chapitre présente de façon simplifiée le raisonnement conduisant des équations de l'hydrodynamique stellaire aux équations gouvernant les petites oscillations autour d'un état d'équilibre sphérique. Il présente ensuite la théorie asymptotique des oscillations adiabatiques ainsi que les outils qui en découlent afin de sonder l'intérieur des étoiles.

### 2.1 Quelques notions d'hydrodynamique

#### 2.1.1 Equations de l'hydrodynamique

Une étoile est une boule géante de gaz qui peut être traité comme un continuum. Ainsi ses propriétés physiques locales – densité  $\rho$ , pression  $p$ , vitesse instantanée  $\mathbf{v}$ , ... – sont uniquement déterminées comme des fonctions de la position  $\mathbf{r}$  et du temps  $t$ . Si on considère, en première approximation, l'étoile comme un système fermé, celui-ci va satisfaire plusieurs équations de conservation. Ainsi, la *conservation de la masse* se traduit par l'équation suivante :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (2.1)$$

qui exprime le taux de variation de la densité  $\rho$  suivant le mouvement du flux de vitesse  $\mathbf{v}$ .

L'équation de *conservation du mouvement* s'écrit :

$$\rho \left( \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \right) \mathbf{v} = -\nabla p + \rho \nabla \Phi \quad (2.2)$$

$p$  décrit la pression et  $\Phi$  le potentiel gravitationnel, qui vérifie l'équation de Poisson suivante :

$$\nabla^2 \Phi = -4\pi G \rho \quad (2.3)$$

avec  $G$  la constante universelle de gravitation. On utilise plutôt la solution intégrale de l'équation de Poisson :

$$\Phi(\mathbf{r}, t) = G \int_V \frac{\rho(\mathbf{r}', t) dV}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \quad (2.4)$$

où  $\mathbf{r}$  est la position de l'élément de fluide de volume  $V$  considéré.

Nous avons alors trois équations pour les quatre inconnues  $\rho$ ,  $p$ ,  $\Phi$  et  $\mathbf{v}$ . Il manque une relation entre  $p$  et  $\rho$ . Considérons la première loi de la thermodynamique :

$$\frac{dq}{dt} = \frac{dE}{dt} + p \frac{dV}{dt} \quad (2.5)$$

$dq/dt$  est le taux de gain ou de perte de chaleur, et  $E$  l'énergie interne par unité de masse. Le gain de chaleur est en partie changé en énergie interne et en partie en travail, détendant ou compressant le gaz. Si on utilise l'équation de conservation de la masse (2.1), on peut reformuler l'équation (2.5) comme suit :

$$\frac{dq}{dt} = \frac{dE}{dt} - \frac{p}{\rho^2} \frac{d\rho}{dt} = \frac{dE}{dt} + \frac{p}{\rho} \text{div} \mathbf{v} \quad (2.6)$$

Afin d'obtenir une équation de *conservation de l'énergie* avec des variables plus pratiques, on utilise les identités thermodynamiques :

$$\frac{dq}{dt} = \frac{1}{\rho(\Gamma_3 - 1)} \left( \frac{dp}{dt} - \frac{\Gamma_1 p}{\rho} \frac{d\rho}{dt} \right) \quad (2.7)$$

$$= c_P \left( \frac{dT}{dt} - \frac{\Gamma_2 - 1}{\Gamma_2} \frac{T}{p} \frac{dp}{dt} \right) \quad (2.8)$$

$$= c_V \left( \frac{dT}{dt} - (\Gamma_3 - 1) \frac{T}{\rho} \frac{d\rho}{dt} \right) \quad (2.9)$$

où  $c_P$  et  $c_V$  sont les chaleurs spécifiques par unité de masse à pression et volume constant, et les indices adiabatiques sont définis par :

$$\Gamma_1 = \left( \frac{\partial \ln p}{\partial \ln \rho} \right)_{ad}, \frac{\Gamma_2 - 1}{\Gamma_2} = \left( \frac{\partial \ln T}{\partial \ln p} \right)_{ad}, \Gamma_3 - 1 = \left( \frac{\partial \ln T}{\partial \ln \rho} \right)_{ad} \quad (2.10)$$

Ces relations de conservation de l'énergie dépendent de l'état thermodynamique et de la composition du gaz. Dans une première approximation, on peut supposer le gaz totalement ionisé et négliger les effets de la dégénérescence et de la pression de radiation. L'équation d'état est alors simplement :

$$p = \frac{k_B \rho T}{\mu m_u} \quad (2.11)$$

où  $k_B$  est la constante de Boltzmann,  $m_u$  l'unité de masse atomique et  $\mu$  le poids moléculaire moyen. On a alors :

$$\Gamma_1 = \Gamma_2 = \Gamma_3 = 5/3 \quad (2.12)$$

La conservation de l'énergie peut aussi s'écrire :

$$\rho \frac{dq}{dt} = \rho \epsilon - \text{div} \mathbf{F} \quad (2.13)$$



avec  $\epsilon$  le taux de production d'énergie par unité de masse et  $\mathbf{F}$  le flux d'énergie. Dans l'approximation de diffusion, il s'écrit :

$$\mathbf{F} = -\frac{4\pi}{3\kappa\rho}\nabla B = -\frac{4acT^3}{3\kappa\rho}\nabla T \quad (2.14)$$

où  $B = (ac/4\pi)T^4$  est la fonction de Planck intégrée,  $\kappa$  l'opacité,  $c$  la vitesse du son et  $a$  la constante de densité de radiation. On a alors une relation entre l'état du gaz et le flux radiatif.

### 2.1.2 L'approximation adiabatique

Le calcul des fréquences d'oscillation stellaire nécessite une simplification de l'équation de conservation de l'énergie. Une solution est de négliger le terme de chauffage, ce qui permet de garder un haut degré de précision. Le mouvement est alors *adiabatique* et l'équation (2.7) s'écrit :

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\Gamma_1 p}{\rho} \frac{d\rho}{dt} \quad (2.15)$$

Cette équation, avec l'équation de conservation de la masse (2.1), l'équation du mouvement (2.2) et l'équation de Poisson (2.3), forment la série des équations du mouvement adiabatique.

### 2.1.3 Structure à l'équilibre et analyse perturbative

Une description hydrodynamique générale d'une étoile, utilisant les équations précédentes, est trop complexe à manipuler. Heureusement, dans le cas des oscillations stellaires, des simplifications sont possibles. En effet, ces oscillations ont une amplitude généralement très petite comparée aux échelles caractéristiques d'une étoile, elles peuvent donc être traitées comme des petites perturbations autour d'un état d'équilibre.

La structure à l'équilibre est supposée statique, et l'on considère qu'il n'y a aucune vitesse. Dans ce cas l'équation de conservation de la masse (2.1) est trivialement satisfaite. L'équation du mouvement (2.2) devient l'équation de l'hydrostatique,

$$\nabla p_0 = \rho_0 \mathbf{g}_0 = \rho_0 \nabla \Phi_0 \quad (2.16)$$

où les quantités à l'équilibre se notent avec l'indice "0". L'équation de Poisson (2.3) reste inchangée,

$$\nabla^2 \Phi_0 = -4\pi G \rho_0 \quad (2.17)$$

Finalement l'équation de conservation de l'énergie (2.13) s'écrit

$$0 = \frac{dq}{dt} = \epsilon_0 - \frac{1}{\rho_0} \nabla \mathbf{F}. \quad (2.18)$$

On considère des petites perturbations autour de cet état d'équilibre. Ainsi, au point  $\mathbf{r}$ , un déplacement  $\delta\mathbf{r}(\mathbf{r}, t)$  provoquera une variation d'une quantité quelconque  $x(\mathbf{r}, t)$  :

$$x(\mathbf{r}, t) = x_0(\mathbf{r}) + x'(\mathbf{r}, t) \quad (2.19)$$

où  $x'$  est une petite perturbation eulérienne de la quantité  $x_0$  à l'équilibre. Afin d'obtenir une description impliquant une structure de référence qui suit le mouvement, on utilise une perturbation lagrangienne. Si un élément de gaz se déplace de  $\mathbf{r}_0$  à  $\mathbf{r}_0 + \delta\mathbf{r}$  sous l'effet de la perturbation, la perturbation lagrangienne de la quantité  $x$  s'écrit

$$\delta x(\mathbf{r}) = x'(\mathbf{r}_0) + \delta\mathbf{r} \cdot \nabla x_0 \quad (2.20)$$

La vitesse du déplacement  $\mathbf{v} = \frac{\partial \delta\mathbf{r}}{\partial t}$  est du même ordre de grandeur que la perturbation.

Les équations perturbées sont obtenues en insérant des expressions du type (2.19) dans les équations de l'hydrodynamique pour  $p$ ,  $\rho$ ,  $\mathbf{v}$ , etc., en soustrayant les équations à l'équilibre, et en négligeant les quantités d'ordre supérieur à un. On obtient alors pour l'équation de conservation de la masse :

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \text{div}(\rho_0 \mathbf{v}) = 0 \quad (2.21)$$

soit, en intégrant par rapport au temps :

$$\rho' + \text{div}(\rho_0 \delta\mathbf{r}) = 0 \quad (2.22)$$

On peut aussi utiliser la vision lagrangienne avec l'équation (2.20) :

$$\delta\rho + \rho_0 \text{div}(\delta\mathbf{r}) = 0 \quad (2.23)$$

L'équation du mouvement devient :

$$\rho_0 \frac{\partial^2 \delta\mathbf{r}}{\partial t^2} = \rho_0 \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -\nabla p' + \rho_0 \mathbf{g}' + \rho' \mathbf{g}_0 \quad (2.24)$$

où  $\mathbf{g}' = \nabla \Phi'$ . Cette perturbation  $\Phi'$  dans le potentiel gravitationnel satisfait l'équation de Poisson perturbée :

$$\nabla^2 \Phi' = -4\pi G \rho' \quad (2.25)$$

avec la solution, équivalente à l'équation (2.4),

$$\Phi' = G \int_V \frac{\rho'(\mathbf{r}', t)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dV \quad (2.26)$$

Pour l'équation de conservation de l'énergie, on montre d'abord que, au premier ordre :

$$\frac{dq}{dt} = \frac{\partial q}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla q = \frac{\partial q'}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla q_0 = \frac{\partial q'}{\partial t} + \frac{\partial \delta\mathbf{r}}{\partial t} \cdot \nabla q_0 = \frac{\partial}{\partial t}(\delta q) \quad (2.27)$$

L'équation (2.7) s'écrit alors :

$$\frac{\partial \delta q}{\partial t} = \frac{1}{\rho_0(\Gamma_{3,0} - 1)} \left( \frac{\partial \delta p}{\partial t} - \frac{\Gamma_{1,0} p_0}{\rho_0} \frac{\partial \delta \rho}{\partial t} \right) \quad (2.28)$$

A partir de l'équation 2.13 la perturbation de taux de chauffage est donnée par :

$$\rho_0 \frac{\partial \delta q}{\partial t} = \delta(\rho \epsilon - \operatorname{div} \mathbf{F}) = (\rho \epsilon - \operatorname{div} \mathbf{F})' \quad (2.29)$$

Pour le mouvement adiabatique, on néglige le terme de chauffage et on obtient :

$$\frac{\partial \delta p}{\partial t} - \frac{\Gamma_{1,0} p_0}{\rho_0} \frac{\partial \delta \rho}{\partial t} \quad (2.30)$$

ou, en intégrant par rapport au temps :

$$\delta p = \frac{\Gamma_{1,0} p_0}{\rho_0} \delta \rho \quad (2.31)$$

et, sous la forme eulérienne :

$$p' + \delta \mathbf{r} \cdot \nabla p_0 = \frac{\Gamma_{1,0} p_0}{\rho_0} (\rho' + \delta \mathbf{r} \cdot \nabla \rho_0) \quad (2.32)$$

## 2.2 Les équations d'oscillations stellaires linéaires

Ces équations gouvernent de petites oscillations autour d'un état d'équilibre sphérique. Ces oscillations sont non-radiales, c'est-à-dire que les perturbations n'ont pas de symétrie sphérique. Les oscillations radiales, à symétrie sphérique, sont traitées comme un cas spécial.

### 2.2.1 Séparation des variables

Le déplacement  $\delta \mathbf{r}$  est séparé en une composante radiale et une composante horizontale :

$$\delta \mathbf{r} = \xi_r \mathbf{a}_r + \xi_h \quad (2.33)$$

avec

$$\xi_h = \xi_\theta \mathbf{a}_\theta + \xi_\phi \mathbf{a}_\phi \quad (2.34)$$

où la co-latitude  $\theta$  et la longitude  $\phi$  sont les composantes angulaires dans la symétrie sphérique.

On peut alors établir les composantes horizontales et radiales des équations perturbées précédentes. La composante horizontale de l'équation du mouvement (2.24) est :

$$\rho_0 \frac{\partial^2 \xi_h}{\partial t^2} = -\nabla_h p' + \rho_0 \nabla_h \Phi' \quad (2.35)$$

et la divergence horizontale de l'équation (2.66) donne :

$$\rho_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \nabla_h \cdot \xi_h = -\nabla_h^2 p' + \rho_0 \nabla_h^2 \Phi' \quad (2.36)$$

avec

$$\nabla_h^2 = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \quad (2.37)$$

L'équation de conservation de la masse (2.22) peut s'écrire :

$$\rho' = -\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (\rho_0 r^2 \xi_r) - \rho_0 \nabla_h \cdot \xi_h \quad (2.38)$$

L'équation (2.36) devient alors :

$$-\frac{\partial^2}{\partial t^2} \left[ \rho' + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (\rho_0 r^2 \xi_r) \right] = -\nabla_h^2 p' + \rho_0 \nabla_h^2 \Phi' \quad (2.39)$$

La composante radiale de l'équation (2.24) est :

$$\rho_0 \frac{\partial^2 \xi_r}{\partial t^2} = -\frac{\partial p'}{\partial r} - \rho' g_0 + \rho_0 \frac{\partial \Phi'}{\partial r} \quad (2.40)$$

L'équation de Poisson (2.25), quant à elle, peut s'écrire :

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial \Phi'}{\partial r} \right) + \nabla_h^2 \Phi' = -4\pi G \rho' \quad (2.41)$$

Les composantes horizontales peuvent être décomposées en composantes angulaires. Pour cela, il faut exprimer la variation des perturbations en  $\theta$  et  $\phi$  comme une fonction  $f(\theta, \phi)$ . Si  $f$  est une fonction propre de l'opérateur laplacien horizontal,

$$\nabla_h^2 f = -\frac{1}{r^2} \Lambda f \quad (2.42)$$

où  $\Lambda$  est une constante. Ainsi, selon l'équation (2.37), l'équation (2.42) devient :

$$\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial f}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 f}{\partial \phi^2} = -\Lambda f \quad (2.43)$$

Comme les coefficients de cette équation sont indépendants de  $\phi$ , on peut écrire la solution sous forme séparée :

$$f(\theta, \phi) = f_1(\theta) f_2(\phi) \quad (2.44)$$

Il en suit que, selon l'équation (2.43),  $f_2$  satisfait une équation de la forme :

$$\frac{d^2 f_2}{d\phi^2} = \alpha f_2 \quad (2.45)$$

où  $\alpha$  est une autre constante. Cette équation a pour solution continue et périodique  $f_2 = \exp(\pm im\phi)$  où  $m$  est un entier et  $\alpha^{1/2} = im$ .

Si on utilise cette solution dans l'équation (2.43), celle-ci devient une équation différentielle pour  $f_1$  :

$$\frac{d}{dx} \left[ (1-x^2) \frac{df_1}{dx} \right] + \left( \Lambda - \frac{m^2}{1-x^2} \right) f_1 = 0 \quad (2.46)$$

avec  $x = \cos \theta$ . On peut montrer que cette équation a une solution régulière seulement si

$$\Lambda = l(l+1) \quad (2.47)$$

où  $l$  est un entier strictement positif et

$$|m| \leq l \quad (2.48)$$

La solution régulière est alors :

$$f_1(\theta) = P_l^m(\cos \theta) \quad (2.49)$$

où  $P_l^m$  est la fonction de Legendre. En incluant un facteur d'échelle approprié, on peut finalement écrire :

$$f(\theta, \phi) = (-1)^m c_{lm} P_l^m(\cos \theta) \exp(im\phi) \equiv Y_l^m(\theta, \phi) \quad (2.50)$$

où  $Y_l^m$  est une harmonique sphérique et  $c_{lm}$  est une constante de normalisation donnée par :

$$c_{lm}^2 = \frac{(2l+1)(l-m)!}{4\pi(l+m)!} \quad (2.51)$$

tel que l'intégrale de  $|Y_l^m|^2$  sur la sphère unité est 1. L'harmonique sphérique  $Y_l^m$  est caractérisée par son *degré*  $l$  et son *ordre azimuthal*  $m$ . Le degré  $l$  mesure le nombre d'onde total  $k_h$  à la surface de l'étoile :

$$k_h = \frac{L}{R} \quad (2.52)$$

où  $L = \sqrt{l(l+1)}$ , et  $R$  est le rayon de l'étoile. Ainsi la longueur d'onde est :

$$\lambda = \frac{2\pi}{k_h} = \frac{2\pi R}{L} \quad (2.53)$$

Ainsi  $L$  est, grossièrement, le nombre de longueurs d'onde le long de la circonférence stellaire. L'ordre azimuthal  $m$  mesure le nombre de nœuds (*i.e.* de zeros) le long de l'équateur.

Les variables des équations (2.39) à (2.41) peuvent maintenant s'écrire :

$$\xi_r(r, \theta, \phi, t) = \sqrt{4\pi} \tilde{\xi}_r(r) Y_l^m(\theta, \phi) \exp(-i\omega t) \quad (2.54)$$

$$p'(r, \theta, \phi, t) = \sqrt{4\pi} \tilde{p}'(r) Y_l^m(\theta, \phi) \exp(-i\omega t) \quad (2.55)$$

etc.

Il résulte aussi que, d'après l'équation (2.20), si les perturbations euleriennes ont cette forme, les perturbations lagrangiennes aussi et le terme  $Y_l^m(\theta, \phi) \exp(-i\omega t)$  est un facteur commun. Ces équations deviennent donc, grâce aux équations (2.42) et (2.47), des équations différentielles simples pour les fonctions d'amplitudes  $\tilde{\xi}_r$ ,  $\tilde{p}'$ , ... :

$$\omega^2 \left[ \tilde{\rho}' + \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 \rho_0 \tilde{\xi}_r) \right] = \frac{l(l+1)}{r^2} (\tilde{p}' - \rho_0 \tilde{\Phi}') \quad (2.56)$$

$$-\omega^2 \rho_0 \tilde{\xi}_r = -\frac{d\tilde{p}'}{dr} - \tilde{\rho}' g_0 + \rho_0 \frac{d\tilde{\Phi}'}{dr} \quad (2.57)$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{d\tilde{\Phi}'}{dr} \right) - \frac{l(l+1)}{r^2} \tilde{\Phi}' = -4\pi G \tilde{\rho}' \quad (2.58)$$

ainsi que l'équation de l'énergie :

$$\left( \delta\tilde{p} - \frac{\Gamma_{1,0} p_0}{\rho_0} \delta\tilde{\rho} \right) = \rho_0 (\Gamma_{3,0} - 1) \delta\tilde{q} \quad (2.59)$$

On peut noter que, à cause de la symétrie sphérique de l'état d'équilibre, les équations (2.56) à (2.59) ne dépendent pas de l'ordre azimuthal  $m$ . Ainsi les résultats sont indépendants du choix de l'axe polaire du système de coordonnées.

La composante horizontale du déplacement, d'après l'équation (2.36), va alors s'écrire :

$$\xi_h = \sqrt{4\pi} \tilde{\xi}_h(r) \left( \frac{\partial Y_l^m}{\partial \theta} \mathbf{a}_\theta + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial Y_l^m}{\partial \phi} \mathbf{a}_\phi \right) \exp(-i\omega t) \quad (2.60)$$

où

$$\tilde{\xi}_h(r) = \frac{1}{r\omega^2} \left( \frac{1}{\rho_0} \tilde{p}' - \tilde{\Phi}' \right) \quad (2.61)$$

Ainsi le vecteur déplacement s'écrit :

$$\delta \mathbf{r} = \sqrt{4\pi} \Re \left\{ \left[ \tilde{\xi}_r(r) Y_l^m(\theta, \phi) \mathbf{a}_r + \tilde{\xi}_h(r) \left( \frac{\partial Y_l^m}{\partial \theta} \mathbf{a}_\theta + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial Y_l^m}{\partial \phi} \mathbf{a}_\phi \right) \right] \exp(-i\omega t) \right\} \quad (2.62)$$

## 2.2.2 Oscillations radiales

Lorsque  $l = 0$  on parle d'oscillations *radiales*. Ces oscillations sont particulièrement intéressantes puisqu'elles traversent l'étoile dans son intégralité et que ce sont les plus faciles à détecter. A partir de l'équation de Poisson sous sa forme (2.58) et l'équation de conservation de la masse (2.38) avec une partie horizontale nulle ( $l = 0$ ), on écrit :

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{d\tilde{\Phi}'}{dr} \right) = \frac{4\pi G}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 \rho_0 \tilde{\xi}_r) \quad (2.63)$$

Puisque la force gravitationnelle doit rester finie en  $r = 0$ , on a

$$\frac{d\tilde{\Phi}'}{dr} = 4\pi G\rho_0\tilde{\xi}_r \quad (2.64)$$

L'équation de conservation de l'énergie (2.59), en utilisant la relation (2.20), va s'écrire :

$$\tilde{\rho}' = \frac{\rho_0}{\Gamma_{1,0}p_0}\tilde{p}' + \rho_0\tilde{\xi}_r \left( \frac{1}{\Gamma_{1,0}p_0} \frac{dp_0}{dr} - \frac{1}{\rho_0} \frac{d\rho_0}{dr} \right) - \frac{\rho_0^2}{\Gamma_{1,0}p_0}(\Gamma_{3,0} - 1)\delta\tilde{q} \quad (2.65)$$

L'équation (2.56) se réécrit alors :

$$\frac{d\tilde{\xi}_r}{dr} = -\frac{2}{r}\tilde{\xi}_r - \frac{1}{\Gamma_{1,0}p_0} \frac{dp_0}{dr} \tilde{\xi}_r - \frac{1}{\Gamma_{1,0}p_0}\tilde{p}' + \frac{\rho_0}{\Gamma_{1,0}p_0}(\Gamma_{3,0} - 1)\delta\tilde{q} \quad (2.66)$$

soit, en introduisant le changement de variable  $\zeta \equiv \tilde{\xi}_r/r$ ,

$$\tilde{p}' = -\Gamma_{1,0}p_0r \left( \frac{d\zeta}{dr} + \frac{3}{r}\zeta + \frac{1}{\Gamma_{1,0}p_0} \frac{dp_0}{dr} \zeta \right) + \rho_0(\Gamma_{3,0} - 1)\delta\tilde{q} \quad (2.67)$$

Ainsi, en utilisant les équations (2.64), (2.65) et (2.67) dans l'équation de la quantité de mouvement (2.57), on obtient :

$$\frac{1}{r^3} \frac{d}{dr} \left( r^4 \Gamma_{1,0} p_0 \frac{d\zeta}{dr} \right) + \frac{d}{dr} [(3\Gamma_{1,0} - 4)p_0]\zeta + \rho_0 \omega^2 r \zeta = \frac{d}{dr} [\rho_0(\Gamma_{3,0} - 1)\delta\tilde{q}] \quad (2.68)$$

## 2.3 Pulsations adiabatiques linéaires

Pour simplifier les notations, nous n'emploierons plus le tilde pour les fonctions amplitude ni le "0" pour les quantités à l'équilibre. Nous considérons à présent des oscillations *non-radiales*, c'est-à-dire que  $l$  peut prendre n'importe quelle valeur.

### 2.3.1 Equations

On considère dans la suite des oscillations adiabatiques, on a donc  $\delta q = 0$  et l'équation (2.59) devient

$$\rho' = \frac{\rho}{\Gamma_1 p} p' + \rho \xi_r \left( \frac{1}{\Gamma_1 p} \frac{dp}{dr} - \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dr} \right) \quad (2.69)$$

On peut alors éliminer  $\rho'$  dans les équations (2.56) à (2.58). De l'équation (2.56), on obtient :

$$\frac{d\xi_r}{dr} = - \left( \frac{2}{r} + \frac{1}{\Gamma_1 p} \frac{dp}{dr} \right) \xi_r + \frac{1}{\rho c^2} \left[ \frac{S_l^2}{\omega^2} - 1 \right] p' - \frac{l(l+1)}{\omega^2 r^2} \Phi' \quad (2.70)$$

où on a utilisé  $c^2 = \Gamma_1 p / \rho$ , le carré de la vitesse du son adiabatique, et où on a introduit la fréquence acoustique caractéristique ou fréquence de Lamb  $S_l$  définie par :

$$S_l^2 = \frac{l(l+1)c^2}{r^2} = k_h^2 c^2 \quad (2.71)$$

L'équation (2.57) donne :

$$\frac{dp'}{dr} = \rho(\omega^2 - N^2)\xi_r + \frac{1}{\Gamma_1 p} \frac{dp}{dr} p' + \rho \frac{d\Phi'}{dr} \quad (2.72)$$

où  $N$  est la fréquence de flottabilité ou fréquence de Brunt-Väisälä, donnée par :

$$N^2 = g \left( \frac{1}{\Gamma_1 p} \frac{dp}{dr} - \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dr} \right) \quad (2.73)$$

Finalement, l'équation (2.58) devient :

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{d\Phi'}{dr} \right) = -4\pi G \left( \frac{p'}{c^2} + \frac{\rho \xi_r}{g} N^2 \right) + \frac{l(l+1)}{r^2} \Phi' \quad (2.74)$$

Les équations (2.70), (2.72) et (2.74), ainsi que l'équation (2.64), constituent un système du quatrième ordre d'équations différentielles pour les quatre variables dépendantes  $\xi_r$ ,  $p'$ ,  $\Phi'$  et  $d\Phi'/dr$ .

En utilisant l'équation (2.64) dans les équations (2.70) et (2.72), dans le cas d'oscillations radiales, on obtient un système du second ordre en  $\xi_r$  et  $p'$ . Cette simplification peut s'avérer utile pour les analyses asymptotiques.

Tous les coefficients des équations (2.70), (2.72) et (2.74) sont réels, ainsi que les conditions limites. La fréquence apparaissant sous le terme  $\omega^2$  doit alors l'être aussi, et les fonctions propres doivent être choisies réelles. Ainsi la fréquence des oscillations est soit purement réelle, ce qui correspond au mouvement d'un oscillateur non amorti, soit purement imaginaire, ce qui correspond à un mouvement qui croît ou décroît exponentiellement. D'un point de vue physique, le non amortissement de ces mouvements provient de l'approximation adiabatique, puisque l'échange d'énergie pendant le mouvement est nul, sauf avec le champ gravitationnel. Ainsi le seul type d'instabilité possible est l'instabilité dynamique. On ne considèrera dans la suite que le cas oscillatoire avec  $\omega^2 > 0$ .

### 2.3.2 L'approximation de Cowling

Les équations d'oscillations générales sont du quatrième ordre, ce qui peut rendre l'analyse analytique difficile. Il est donc utile d'approximer les équations pour qu'elles soient du deuxième ordre. Ainsi, souvent, on peut considérer les perturbations du potentiel gravitationnel comme négligeables. En effet, la masse de l'étoile étant essentiellement concentrée dans l'intérieur, les variations de densité n'entraînent pas d'importantes variations du potentiel gravitationnel dans les régions extérieures. Cette approximation a été étudiée en premier par Cowling (1941), et est connue sous le nom d'*approximation de Cowling*. Le système d'équation est alors réduit au second ordre :

$$\frac{d\xi_r}{dr} = - \left( \frac{2}{r} - \frac{1}{\Gamma_1} H_p^{-1} \right) \xi_r + \left( \frac{S_l^2}{\omega^2} - 1 \right) \frac{p'}{\rho c^2} \quad (2.75)$$

$$\frac{dp'}{dr} = \rho(\omega^2 - N^2)\xi_r - \frac{1}{\Gamma_1} H_p^{-1} p' \quad (2.76)$$



où

$$H_p^{-1} = -\frac{d \ln p}{dr} \quad (2.77)$$

$H_p$  est l'échelle de hauteur de la pression, c'est-à-dire la distance sur laquelle la pression change d'un facteur  $e$ .

### 2.3.3 Piégeage des modes

Dans l'approximation de Cowling, pour des oscillations de haut ordre radial  $n$ , les fonctions propres varient plus rapidement que les quantités à l'équilibre. Ainsi, on peut, en première approximation, négliger les dérivées de ces quantités à l'équilibre, réduisant les équations précédentes à :

$$\frac{d\xi_r}{dr} = \left( \frac{S_l^2}{\omega^2} - 1 \right) \frac{p'}{\rho c^2} \quad (2.78)$$

$$\frac{dp'}{dr} = \rho(\omega^2 - N^2)\xi_r \quad (2.79)$$

Ces deux équations peuvent être combinées en une unique équation différentielle du second ordre en  $\xi_r$ , en négligeant encore une fois les dérivées des quantités à l'équilibre :

$$\frac{d^2\xi_r}{dr^2} = \frac{\omega^2}{c^2} \left( 1 - \frac{N^2}{\omega^2} \right) \left( \frac{S_l^2}{\omega^2} - 1 \right) \xi_r \quad (2.80)$$

Cette équation représente l'approximation la plus grossière des équations d'oscillations non radiales. Elle est valable partout excepté dans les régions proche de la surface où, l'échelle de hauteur de la pression devenant petite ( $H_p$  est proportionnel à la température), les dérivées de la pression et de la densité ne peuvent plus être négligées ; ainsi que près du centre où le terme en  $2/r$  devient grand. Toutefois, cette équation est suffisante pour décrire les propriétés globales des modes d'oscillations, et permet une détermination raisonnablement précise de leurs fréquences.

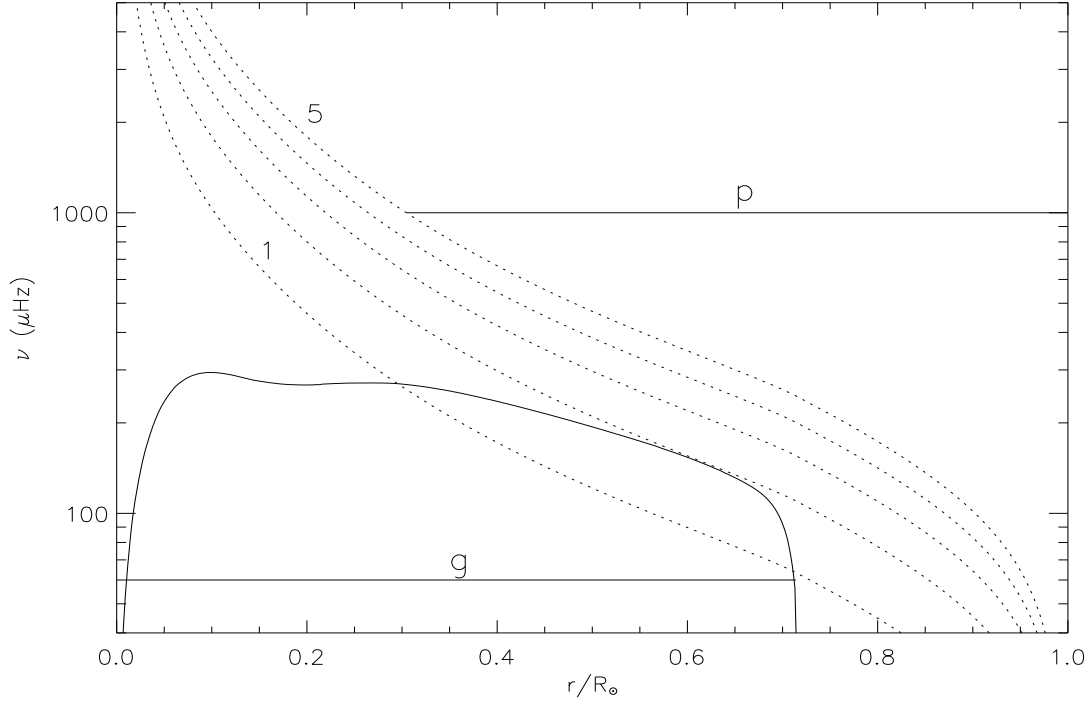
De plus, dans l'équation (2.80), les fréquences de Lamb et de Brunt-Väisälä apparaissent comme des grandeurs caractéristiques du comportement des oscillations. Elle sont représentées sur la figure 2.1.  $S_l$  tend vers l'infini quand  $r$  tend vers 0 et décroît monotonement jusqu'à la surface.  $N$  est négative dans les zones convectives et positive dans les zones radiatives.

Le comportement exponentiel ou oscillatoire du mouvement va dépendre du signe du coefficient  $K(r)$  de l'équation (2.80) :

$$K(r) = \frac{\omega^2}{c^2} \left( \frac{N^2}{\omega^2} - 1 \right) \left( \frac{S_l^2}{\omega^2} - 1 \right) \quad (2.81)$$

Quand  $K$  est positif,  $\xi_r$  est localement une fonction oscillante de  $r$ , et quand  $K$  est négatif la solution est localement une fonction exponentielle croissante ou décroissante de  $r$ , l'onde est alors évanescence. Dans le premier cas, la solution peut être écrite approximativement :

$$\xi_r \sim \cos \left( \int K^{1/2} dr + \phi \right), \quad K > 0 \quad (2.82)$$



**FIG. 2.1:** Fréquences de Brunt-Väisälä  $N$  (ligne continue) et fréquences de Lamb  $S_l$  pour  $l$  allant de 1 à 5 (lignes pointillées) pour un modèle solaire calculé avec le TGEC. Les lignes horizontales indiquent les régions de piégeage pour un mode g de fréquence  $\nu = 60 \mu\text{Hz}$ , et pour un mode p de degré 5 et de fréquence  $\nu = 1000 \mu\text{Hz}$ . Les fréquences ont été calculées avec le code de pulsations adiabatiques PULSE de Montréal (Brassard et al. 1992).

( $\phi$  étant une phase déterminée par les conditions limites), alors que dans le deuxième cas :

$$\xi_r \sim \exp\left(\pm \int |K|^{1/2} dr\right), \quad K < 0 \quad (2.83)$$

Ainsi, la solution est oscillatoire quand :

$$\text{o1)} \quad |\omega| > |N| \quad \text{et} \quad |\omega| > S_l$$

ou

$$\text{o2)} \quad |\omega| < |N| \quad \text{et} \quad |\omega| < S_l$$

et est exponentielle quand :

$$\text{e1)} \quad |N| < |\omega| < S_l$$

ou

$$\text{e2)} \quad S_l < |\omega| < |N|$$

Pour un mode donné d'oscillation, il y a donc plusieurs régions où la solution est oscillatoire, avec des régions intermédiaires où la solution devient exponentielle. En général, il existe une région oscillante dominante, avec une solution diminuant exponentiellement depuis les bords de cette région. La solution est alors dite *piégée* dans la région ; sa fréquence est principalement déterminée par la structure du modèle dans la région de piégeage. Les limites de la région de piégeage sont généralement aux points où  $K(r) = 0$  qui sont les *points de retournement*. D'après l'équation (2.82), on voit que dans la région de piégeage, plus le mode oscille vite en fonction de  $r$ , plus  $K$  est grand. Ainsi l'ordre du mode augmente avec  $K$ .

Du comportement des fréquences  $S_l$  et  $N$  sur le figure 2.1 et des conditions pour avoir une solution oscillatoire, on peut définir deux classes de modes :

- i) Les modes de hautes fréquences satisfaisant o1), appelés modes p
- ii) Les modes de basses fréquences satisfaisant o2), appelés modes g

Des régions de piégeage typique pour les modes p et g dans un modèle solaire sont présentées dans la figure 2.1.

### 2.3.4 Les modes p

Les modes p sont piégés entre un point de retournement intérieur  $r = r_t$  et la surface. Le point de retournement intérieur est localisé où  $S_l(r_t) = \omega$ , soit :

$$\frac{c^2(r_t)}{r_t^2} = \frac{\omega^2}{l(l+1)} \quad (2.84)$$

$r_t$  est alors une fonction de  $l$  et  $\omega$ .

Pour les modes p généralement observables, comme les oscillations de cinq minutes du Soleil, on est à très haute fréquence, soit  $\omega \gg N$ .  $K$  peut alors être approximé par :

$$K(r) \simeq \frac{1}{c^2}(\omega^2 - S_l^2) \quad (2.85)$$

La dynamique des modes p est alors seulement déterminée par les variations de la vitesse du son avec  $r$ . Ces modes sont ondes acoustiques, dont la force de rappel dominante est la pression, d'où la dénomination de mode p. Le nombre d'onde radial de ces modes est alors :

$$k_r^2 = \frac{1}{c^2}(\omega^2 - S_l^2) \quad (2.86)$$

où  $k_r^2$  est assimilé à  $K$ .

Un mode peut être regardé comme une superposition d'ondes sonores propagatives. Quand elles se propagent dans l'intérieur stellaire, les parties les plus profondes des fronts d'onde voyagent plus rapidement, puisque la vitesse du son y est plus grande. Ainsi, la direction de propagation se courbe et s'écarte de la direction radiale. Mathématiquement, on peut voir dans l'équation (2.86) que si la vitesse du son augmente, cela se traduit par une diminution du nombre d'onde radial, jusqu'au point de retournement où  $k_r$  devient nul ( $S_l = \omega$ ) et où l'onde se propage horizontalement.

Le point de retournement est d'autant plus près de la surface que le degré  $l$  est élevé et l'ordre des modes  $p$  augmente avec leur fréquence propre.

### 2.3.5 Les modes g

Les positions des points de retournement sont déterminées par la condition  $N = \omega$ . A basses fréquences, on a un point de retournement très proche du centre et un second juste sous la base de la zone convective (voir figure 2.1). A plus hautes fréquences, le point de retournement supérieur s'enfonce dans l'intérieur, et pour des fréquences proches du maximum de  $N$ , les modes sont piégés dans le cœur stellaire. Dans cette approximation, la position des points de retournement est indépendante de  $l$ .

Pour les modes g d'ordre élevé, on a  $\omega^2 \ll S_l^2$  et  $K$  peut s'écrire :

$$K(r) \simeq \frac{1}{\omega^2} (N^2 - \omega^2) \frac{l(l+1)}{r^2} \quad (2.87)$$

Dans ce cas la dynamique des ondes est dominée par la variation de la fréquence de flottabilité  $N$  avec  $r$ . La gravité, agissant sur la perturbation de la densité, est alors la force de rappel dominante, d'où la dénomination de mode g. Ces modes sont des ondes de gravité piégées de nombre d'onde assimilé à  $K$  :

$$k_r^2 = \frac{l(l+1)}{r^2} \left( \frac{N^2}{\omega^2} - 1 \right) \quad (2.88)$$

L'ordre des modes g augmentent lorsque leurs fréquences propres diminuent, contrairement aux modes p. De plus il existe une fréquence maximale  $N_{max}$  pour les modes g.

## 2.4 Théorie asymptotique des oscillations stellaires

L'équation différentielle du second ordre (2.80) ne peut pas être utilisée pour discuter des fonctions propres. Il faut donc déterminer une nouvelle équation différentielle en  $\xi_r$  plus adéquate, et trouver les solutions asymptotiques, afin d'obtenir des expressions asymptotiques des fréquences propres et des fonctions propres. Reprenons les équations (2.75) et (2.76) dans l'approximation de Cowling. En différentiant l'équation (2.75) et en éliminant  $dp'/dr$  en utilisant l'équation (2.76), on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \xi_r}{dr^2} = & - \left( \frac{2}{r} - \frac{1}{\Gamma_1} H_p^{-1} \right) \frac{d\xi_r}{dr} - \left[ -\frac{2}{r^2} - \frac{d}{dr} \left( \frac{1}{\Gamma_1} H_p^{-1} \right) \right] \xi_r \\ & + \frac{1}{\rho c^2} \left( \frac{S_l^2}{\omega^2} - 1 \right) \left\{ \rho(\omega^2 - N^2) \xi_r - \frac{1}{\Gamma_1} H_p^{-1} p' + \left[ \frac{d}{dr} \ln \left| \frac{1}{\rho c^2} \left( \frac{S_l^2}{\omega^2} - 1 \right) \right| \right] p' \right\} \end{aligned} \quad (2.89)$$

Si on utilise une nouvelle fois l'équation (2.75) pour exprimer  $p'$  en fonction de  $\xi_r$  et de sa dérivée, on peut écrire :

$$\frac{d^2 \xi_r}{dr^2} = - \left[ \frac{2}{r} + \frac{d}{dr} \ln \left| \frac{1}{\rho c^2} \left( \frac{S_l^2}{\omega^2} - 1 \right) \right| \right] \frac{d\xi_r}{dr} + [-K(r) + \tilde{h}(r)] \xi_r \quad (2.90)$$

où  $K$  est donné par l'équation (2.81) et  $\tilde{h}$  contient les dérivées des quantités à l'équilibre, et peut être considéré comme négligeable par rapport à  $K$  (excepté près de la surface) :

$$\begin{aligned} \tilde{h}(r) = & \left[ -\frac{1}{\Gamma_1} H_p^{-1} + \frac{d}{dr} \ln \left| \frac{1}{\rho c^2} \left( \frac{S_l^2}{\omega^2} - 1 \right) \right| \right] \left( \frac{2}{r} - \frac{1}{\Gamma_1} H_p^{-1} \right) \\ & + \left[ \frac{2}{r^2} + \frac{d}{dr} \left( \frac{1}{\Gamma_1} H_p^{-1} \right) \right] \end{aligned} \quad (2.91)$$

L'équation (2.90) peut aussi s'écrire :

$$\frac{d^2 \xi_r}{dr^2} - \frac{d \ln f}{dr} \frac{d \xi_r}{dr} + [K(r) - \tilde{h}(r)] \xi_r = 0 \quad (2.92)$$

avec

$$f(r) = \frac{1}{\rho r^2 c^2} \left| \frac{S_l^2}{\omega^2} - 1 \right| \quad (2.93)$$

Afin de s'affranchir du terme de première dérivée, on pose le changement de variable :

$$\xi_r(r) = f(r)^{1/2} \hat{\xi}_r(r) \quad (2.94)$$

$\hat{\xi}_r(r)$  satisfait alors l'équation :

$$\frac{d^2 \hat{\xi}_r}{dr^2} + [K(r) - h(r)] \hat{\xi}_r = 0 \quad (2.95)$$

où

$$h(r) = \tilde{h}(r) - \frac{1}{2} \frac{d^2 \ln f}{dr^2} + \frac{1}{4} \left( \frac{d \ln f}{dr} \right)^2 \quad (2.96)$$

$h$ , comme  $\tilde{h}$  est généralement petit devant  $K$ . S'il est négligé, l'équation (2.95) est alors identique à l'équation (2.80), à un changement de variable près. En particulier, l'étude du piégeage des modes donne les mêmes résultats.

### 2.4.1 L'analyse JWKB

Pour analyser l'équation (2.95) de façon asymptotique, on utilise la méthode dite JWKB (pour Jeffers, Wentzel, Kramers et Brillouin). L'hypothèse est que la solution varie rapidement par rapport aux quantités à l'équilibre, c'est-à-dire, par rapport à  $K(r)$ . Ainsi, on peut écrire :

$$\hat{\xi}_r(r) = a(r) \exp[i\Psi(r)] \quad (2.97)$$

où  $\Psi$  varie rapidement, et tel que le nombre d'onde radial local :

$$k_r = \frac{d\Psi}{dr} \quad (2.98)$$

est grand.  $a(r)$  est une fonction d'amplitude variant lentement. On réécrit l'équation (2.95) en substituant  $\hat{\xi}_r$  selon l'équation (2.97) et on obtient :

$$\left( \frac{d^2 a}{dr^2} + 2ik_r \frac{da}{dr} + ia \frac{dk_r}{dr} - k_r^2 a \right) \exp(i\Psi) = -K(r)a(r) \exp(i\Psi) \quad (2.99)$$

Du côté gauche de l'équation précédente, le terme dominant est celui contenant  $k_r^2$ . On peut annuler ce terme avec le côté droit de l'équation en posant :

$$k_r(r) = K(r)^{1/2} \quad (2.100)$$

Les termes d'ordre suivant en  $k_r$  s'annulent en écrivant :

$$\frac{1}{a} \frac{da}{dr} = -\frac{1}{2} \frac{1}{k_r} \frac{dk_r}{dr} \quad (2.101)$$

soit, à un facteur constant près :

$$a(r) = |k_r|^{-1/2} = |K(r)|^{-1/4} \quad (2.102)$$

L'approximation asymptotique consiste à présent à négliger le terme restant en dérivée seconde de  $a$ , puisqu'il est supposé petit devant  $k_r^2 a$ . La solution étant réelle, on peut écrire :

$$\hat{\xi}_r(r) = A|K(r)|^{-1/4} \cos \left( \int_{r_0}^r K(r')^{1/2} dr' + \phi \right), \text{ pour } K(r) > 0 \quad (2.103)$$

ou

$$\begin{aligned} \hat{\xi}_r(r) = |K(r)|^{-1/4} \left[ A_+ \exp \left( \int_{r_0}^r K(r')^{1/2} dr' \right) + A_- \exp \left( - \int_{r_0}^r K(r')^{1/2} dr' \right) \right] \\ , \text{ pour } K(r) < 0 \end{aligned} \quad (2.104)$$

$A$  et  $\phi$ , ou  $A_+$  et  $A_-$ , sont des constantes réelles déterminées par les conditions limites.

Il est nécessaire d'effectuer une analyse aux points où  $K = 0$ , afin de connecter la solution dans les régions exponentielle et oscillatoire. Considérons un point de retournement  $r_1$  tel que  $K(r) < 0$  pour  $r < r_1$  et  $K(r) > 0$  pour  $r > r_1$ . Si  $r_1$  est un zéro simple pour  $K$ , alors près de  $r_1$ , on aura approximativement :

$$K(r) \simeq K_1(r - r_1) \quad (2.105)$$

où  $K_1 > 0$  est une constante. On introduit une nouvelle variable indépendante  $x$  telle que :

$$x = K_1^{1/3}(r - r_1) \quad (2.106)$$

ainsi l'équation en  $\hat{\xi}_r$  peut s'écrire approximativement :

$$\frac{d^2 \hat{\xi}_r}{dx^2} = -x \hat{\xi}_r \quad (2.107)$$

La solution à cette équation est la somme de deux fonctions d'Airy Ai et Bi :

$$\hat{\xi}_r(r) = C_1 \text{Ai}(-x) + C_2 \text{Bi}(-x) \quad (2.108)$$

avec  $C_1$  et  $C_2$  deux constantes. Si on considère que cette solution est piégée dans une région oscillatoire en dehors de  $r_1$ , alors on doit choisir les constantes  $C_1$  et  $C_2$  de telle façon que la solution décroisse exponentiellement lorsque  $r$  diminue en dessous de  $r_1$ . Quand  $x < 0$ , et  $|x|$  est grand,  $\text{Ai}(-x)$  et  $\text{Bi}(-x)$  ont le comportement asymptotique suivant :

$$\text{Ai}(-x) \simeq \frac{1}{2\sqrt{\pi}} |x|^{-1/4} \exp\left(-\frac{2}{3}|x|^{3/2}\right) \quad (2.109)$$

$$\text{Bi}(-x) \simeq \frac{1}{\sqrt{\pi}} |x|^{-1/4} \exp\left(\frac{2}{3}|x|^{3/2}\right) \quad (2.110)$$

On a donc  $C_2 = 0$  et la solution satisfaisant la condition limite pour  $r < r_1$  est :

$$\hat{\xi}_r(r) = C_1 \text{Ai}(-x) \quad (2.111)$$

Pour des  $x$  positifs et grands, l'expression asymptotique de  $\text{Ai}(-x)$  est :

$$\text{Ai}(-x) \simeq \frac{1}{\sqrt{\pi}} |x|^{-1/4} \cos\left(\frac{2}{3}x^{3/2} - \frac{\pi}{4}\right) \quad (2.112)$$

On suppose qu'il existe une région où l'équation (2.103) et l'approximation (2.112) sont toutes les deux valides. Alors on a :

$$\Psi = \int_{r_1}^r K(r')^{1/2} dr' + \phi = \frac{2}{3}x^{3/2} + \phi \quad (2.113)$$

tel que l'équation (2.103) donne :

$$\hat{\xi}_r(r) \simeq AK_1^{-1/6} x^{-1/4} \cos\left(\frac{2}{3}x^{3/2} + \phi\right) \quad (2.114)$$

Cette expression est en accord avec l'équation (2.112) si :

$$\phi = -\frac{\pi}{4} \quad (2.115)$$

Ainsi, suffisamment loin du point de retournement  $r_1$ , la solution JWKB satisfaisant la condition limite à  $r = r_1$  est :

$$\hat{\xi}_r(r) = A_1 |K(r)|^{-1/4} \cos\left(\int_{r_1}^r K(r')^{1/2} dr' - \frac{\pi}{4}\right) \quad (2.116)$$

De la même façon, si on a un point de retournement en  $r = r_2$ , tel que  $K(r) > 0$  pour  $r < r_2$  et  $K(r) < 0$  pour  $r > r_2$ , on trouve que la solution asymptotique qui est exponentiellement décroissante, s'écrit :

$$\hat{\xi}_r(r) = A_2 |K(r)|^{-1/4} \cos\left(\int_r^{r_2} K(r')^{1/2} dr' - \frac{\pi}{4}\right) \quad (2.117)$$

Pour obtenir la solution complète, il faut réunir les deux solutions séparées en un point adéquat entre  $r_1$  et  $r_2$ , soit  $r = r_f$ . On définit :

$$\begin{aligned}\Psi_1 &\equiv \Psi_1(r_f) = \int_{r_1}^{r_f} K(r)^{1/2} dr - \frac{\pi}{4} \\ \Psi_2 &\equiv \Psi_2(r_f) = \int_{r_f}^{r_2} K(r)^{1/2} dr - \frac{\pi}{4}\end{aligned}$$

Les deux solutions pour  $\hat{\xi}_r$  et leurs dérivées doivent être continues en  $r = r_f$  :

$$\begin{aligned}A_1 K(r_f)^{-1/4} \cos \Psi_1 &= A_2 K(r_f)^{-1/4} \cos \Psi_2 \\ -A_1 K(r_f)^{-1/4} \sin \Psi_1 &= A_2 K(r_f)^{-1/4} \sin \Psi_2\end{aligned}$$

Ces équations linéaires en  $A_1$  et  $A_2$  ont pour solution non triviale :

$$\sin \Psi_1 \cos \Psi_2 + \cos \Psi_1 \sin \Psi_2 = \sin(\Psi_1 + \Psi_2) = 0$$

soit

$$\Psi_1 + \Psi_2 = (n - 1)\pi$$

où  $n$  est un entier. Ainsi

$$\int_{r_1}^{r_2} K(r)^{1/2} dr = (n - \frac{1}{2})\pi, \quad n = 1, 2, \dots \quad (2.118)$$

Ici  $K$  dépend de la fréquence  $\omega$ , ainsi l'équation (2.118) détermine les fréquences des modes piégés entre  $r_1$  et  $r_2$ . De plus, on a  $A_1 = A_2$ .

On peut alors déterminer le comportement asymptotique des fonctions propres. A partir de la définition de  $\hat{\xi}_r$  défini par les équations (2.93) et (2.94), il vient de l'équation (2.116) pour  $r_1 < r < r_2$  :

$$\begin{aligned}\xi_r(r) &= \tilde{A} \rho^{-1/2} r^{-1} c^{-1} \left| \frac{S_l^2}{\omega^2} - 1 \right|^{1/2} |K(r)|^{-1/4} \cos \left( \int_{r_1}^r K(r')^{1/2} dr' - \frac{\pi}{4} \right) \\ &= A \rho^{-1/2} r^{-1} c^{-1/2} \left| \frac{S_l^2/\omega^2 - 1}{N^2/\omega^2 - 1} \right|^{1/4} \cos \left( \int_{r_1}^r K(r')^{1/2} dr' - \frac{\pi}{4} \right) \quad (2.119)\end{aligned}$$

où  $A = \tilde{A} \omega^{-1/2}$ . Cette expression n'est valide qu'à une certaine distance des points de retournement, où l'expression asymptotique (2.112) peut être utilisée.

On peut aussi trouver une solution pour les régions exponentielles, en utilisant l'expression asymptotique (2.109) :

$$\xi_r(r) \simeq \frac{1}{2} A \rho^{-1/2} r^{-1} c^{-1/2} \left| \frac{S_l^2/\omega^2 - 1}{N^2/\omega^2 - 1} \right|^{1/4} \exp \left( - \int_r^{r_1} K(r')^{1/2} dr' \right) \quad \text{pour } r < r_1 \quad (2.120)$$

et

$$\xi_r(r) \simeq \frac{1}{2} A \rho^{-1/2} r^{-1} c^{-1/2} \left| \frac{S_l^2/\omega^2 - 1}{N^2/\omega^2 - 1} \right|^{1/4} \exp \left( - \int_{r_2}^r K(r')^{1/2} dr' \right) \quad \text{pour } r > r_2 \quad (2.121)$$



### 2.4.2 Théorie asymptotique pour les modes p

Pour les hautes fréquences, on a vu que l'on pouvait écrire  $K$  comme suit :

$$K(r) \simeq \frac{1}{c^2}(\omega^2 - S_l^2) \quad (2.122)$$

L'analyse précédente ne fournit pas de réflexion à la surface de l'étoile, ce qui se traduit par un manque de point de retournement proche de la surface. Pourtant, un traitement propre de la surface fournit un comportement asymptotique similaire, avec une phase effective différente. Ainsi les fréquences pour les modes p satisfont approximativement :

$$\int_{r_t}^R (\omega^2 - S_l^2)^{1/2} \frac{dr}{c} = (n + \alpha)\pi \quad (2.123)$$

où  $\alpha$  est la nouvelle constante de phase, qui contient la contribution 1/4 du point de retournement interne, et une contribution non identifiée du point de retournement en surface. On peut réécrire cette équation :

$$\int_{r_t}^R \left(1 - \frac{L^2 c^2}{\omega^2 r^2}\right)^{1/2} \frac{dr}{c} = \frac{(n + \alpha)\pi}{\omega} \quad (2.124)$$

avec  $L^2 = l(l + 1)$ . Le côté gauche de l'équation est une fonction de  $w = \omega/L$ . L'équation (2.124) peut être écrite :

$$\frac{\pi(n + \alpha)}{\omega} = F\left(\frac{\omega}{L}\right) \quad (2.125)$$

où

$$F(w) = \int_{r_t}^R \left(1 - \frac{c^2}{r^2 w^2}\right)^{1/2} \frac{dr}{c} \quad (2.126)$$

Quand le degré du mode est suffisamment grand, on peut considérer qu'il est entièrement piégé dans la zone convective externe, qui est approximativement stratifiée de manière adiabatique, tel que :

$$\frac{d \ln p}{dr} = \Gamma_1 \frac{d \ln \rho}{dr} \quad (2.127)$$

en supposant  $\Gamma_1$  constant. En considérant que  $g$  est aussi constant et que on a  $p = \rho = 0$  à  $r = R$ , la vitesse du son s'écrit :

$$c^2 = \frac{g}{\mu_p}(R - r) \quad (2.128)$$

où  $\mu_p = 1/(\Gamma_1 - 1)$  est un indice polytropique effectif de la région considérée. Si on traite la zone considérée comme une couche plan-parallèle, telle que  $r$  peut être remplacé par  $R$  dans l'intégrale de l'équation (2.126), alors on a :

$$F(w) = \frac{\pi}{2} w \frac{\mu_p R}{g} \quad (2.129)$$

et la relation de dispersion (2.125) donne :

$$\omega^2 = \frac{2}{\mu_p} \frac{g}{R} (n + \alpha) L \quad (2.130)$$

En particulier,  $\omega$  est proportionnel à  $L^{1/2}$ , ce qui se vérifie assez bien pour les fréquences de haut degré.

Pour les modes de bas degré,  $r_t$  est très proche du centre. Ainsi, le second terme dans la paranthèse du terme de gauche de l'équation (2.124) est très petit devant l'unité sur la plupart de l'intervalle d'intégration. Considérons la différence :

$$\begin{aligned} I &= \int_0^R \frac{dr}{c} - \int_{r_t}^R \left(1 - \frac{c^2}{w^2 r^2}\right)^{1/2} \frac{dr}{c} = \int_0^{r_t} \frac{dr}{c} + \int_{r_t}^R \left[1 - \left(1 - \frac{c^2}{w^2 r^2}\right)^{1/2}\right] \frac{dr}{c} \\ &\equiv I_1 + I_2 \end{aligned} \quad (2.131)$$

où  $w = \omega/L$ .  $c$  est presque constant près du centre, on peut donc le considérer comme constant dans la première integrale :

$$I_1 = \frac{r_t}{c(0)} \simeq \frac{L}{\omega} = \frac{1}{w} \quad (2.132)$$

en utilisant l'équation (2.84). Dans la seconde integrale, l'integrand est différent de zero essentiellement pour  $r$  proche de  $r_t$ , qui est supposé petit. On estime donc encore que  $c$  est constant, et on remplace la limite supérieure de l'intégration par  $\infty$  :

$$I_2 = \frac{1}{w} \int_0^1 [1 - (1 - u^2)^{1/2}] \frac{du}{u^2} = \frac{1}{w} \left(\frac{\pi}{2} - 1\right) \quad (2.133)$$

et finalement,

$$I = \frac{1}{w} \frac{\pi}{2} \quad (2.134)$$

et l'équation (2.124) peut s'écrire :

$$\int_0^R \frac{dr}{c} - \frac{L}{\omega} \frac{\pi}{2} = \frac{(n + \alpha)\pi}{\omega} \quad (2.135)$$

ou

$$\omega = \frac{(n + L/2 + \alpha)\pi}{\int_0^R \frac{dr}{c}} \quad (2.136)$$

Cette expression vient d'un raisonnement peu rigoureux, mais une analyse asymptotique plus précise de la région centrale (Vandakurov 1967; Tassoul 1980) montre que ce résultat est correct au premier ordre, excepté qu'il faut remplacer  $L$  par  $l + 1/2$ . L'équation (2.136) s'écrit alors :

$$\nu_{nl} = \frac{\omega_{nl}}{2\pi} \simeq \left(n + \frac{l}{2} + \frac{1}{4} + \alpha\right) \Delta\nu_0 \quad (2.137)$$

où

$$\Delta\nu_0 = \left[ 2 \int_0^R \frac{dr}{c} \right]^{-1} \quad (2.138)$$

est l'inverse du double du temps de parcours du son entre le centre et la surface. Cette équation prédit donc un espacement constant entre deux fréquences d'ordre consécutifs des modes  $p$  d'un même degré d'une valeur de  $\Delta\nu_0$ , appelée *grande séparation moyenne*. Pour le Soleil,  $\Delta\nu_0$  vaut  $135 \mu\text{Hz}$  (Gelly et al. 1988). De plus cette relation asymptotique confirme que la fréquence des modes  $p$  augmente avec leur ordre et leur degré.

### 2.4.3 Grandes séparations et diagrammes échelles

Selon la théorie asymptotique et l'équation (2.137), les fréquences de même degré  $l$  et d'ordres radiaux  $n$  successifs sont équidistants de la grande séparation moyenne  $\Delta\nu_0$ . On définit alors la *grande séparation* par :

$$\Delta\nu_{n,l} = \nu_{n,l} - \nu_{n-1,l} \quad (2.139)$$

Des déviations à la théorie asymptotique impliquent des déviations de la grande séparation par rapport à  $\Delta\nu_0$ .

Il est souvent utile de représenter les modes de pulsation en utilisant leur propriété d'équidistance en traçant un *diagramme échelle*. Les fréquences d'oscillations sont regroupées en intervalles de largeur constante égale à la grande séparation moyenne et sont disposées verticalement dans le diagramme échelle. En abscisse sont représentées les fréquences corrigées de  $n$  fois  $\Delta\nu_0$  et en ordonnée les fréquences propres pour chaque ordre. La théorie asymptotique décrite par la relation (2.137) prévoit alors des lignes verticales correspondant à chaque degré.

La Figure 2.2 présente les grandes séparations d'un modèle standard de  $1.2 M_\odot$  à  $3.3 \text{ Gyrs}$  calculé avec le TGEc et la Figure 2.3 son diagramme échelle.

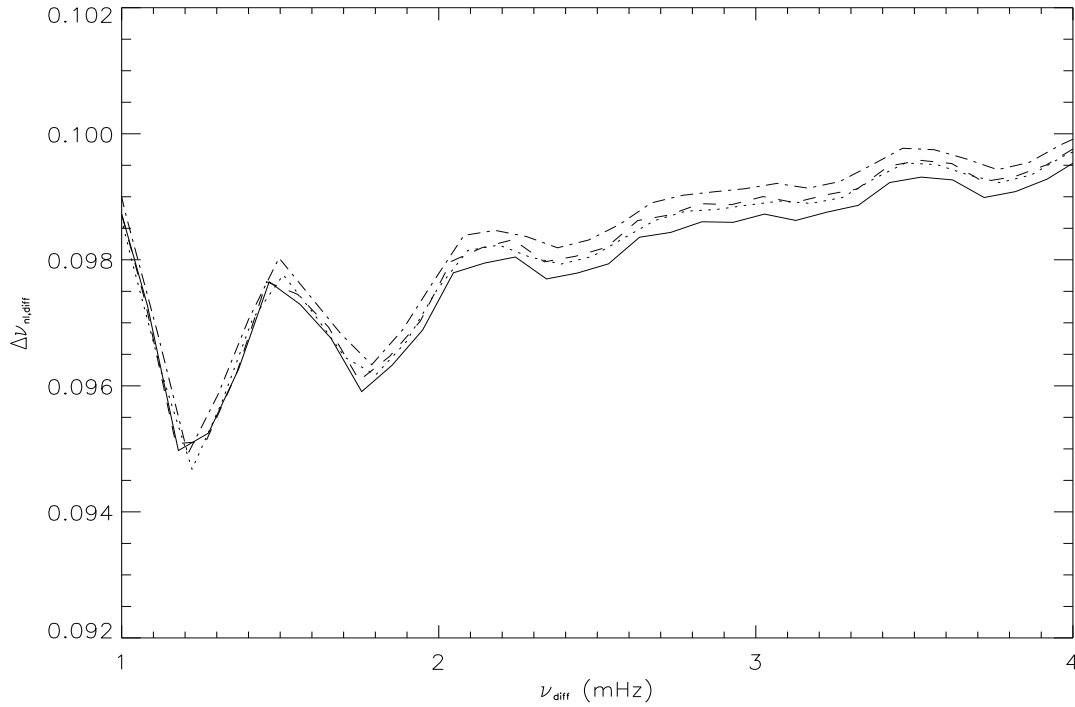
### 2.4.4 Petites séparations

On voit clairement dans la relation (2.137) que les modes avec la même valeur de  $n + l/2$  sont presque dégénérés :

$$\nu_{nl} \simeq \nu_{n-1,l+2} \quad (2.140)$$

La déviation par rapport à l'équation (2.137) peut être exprimée en considérant les termes d'ordre supérieur dans le raisonnement menant de l'équation (2.124) à la relation (2.137) et en prenant en compte les variation de  $c$  dans le cœur (Gough 1986). Le résultat s'écrit alors :

$$\nu_{nl} \simeq \left( n + \frac{l}{2} + \frac{1}{4} + \alpha \right) \Delta\nu_0 - (AL^2 - \delta) \frac{\Delta\nu_0^2}{\nu_{nl}} \quad (2.141)$$



**FIG. 2.2:** Grandes séparations  $\Delta\nu_{n,l}$  pour  $l = 0$  (trait continu),  $l = 1$  (tirets),  $l = 2$  (pointillés) et  $l = 3$  (trait-points) pour un modèle standard de  $1.2 M_{\odot}$  à 3.3 Gyrs.

où

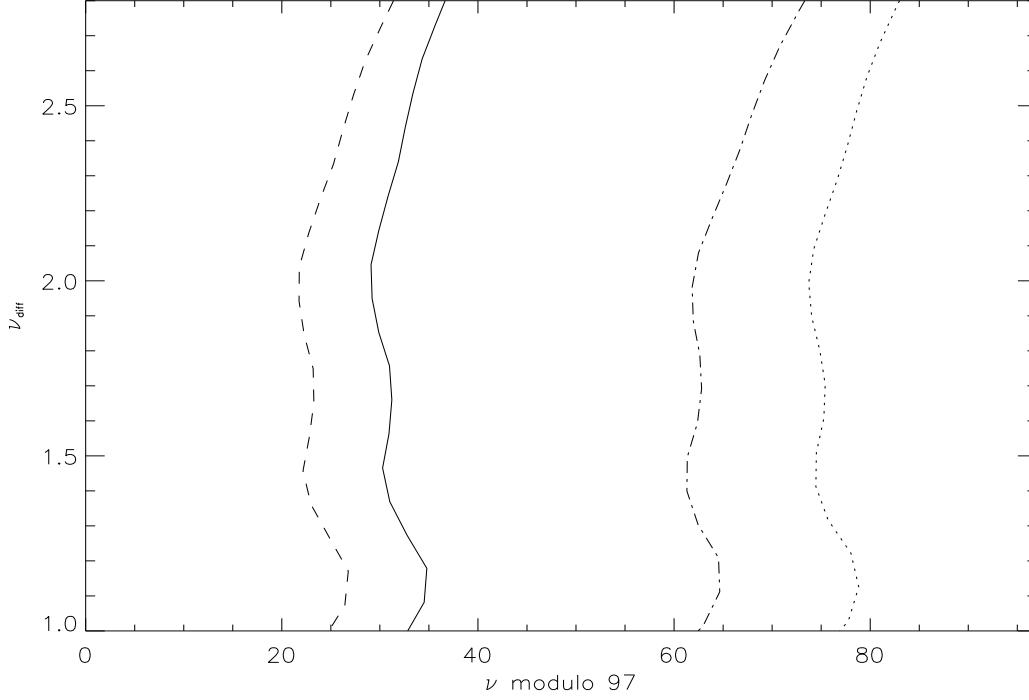
$$A = \frac{1}{4\pi^2 \Delta\nu_0} \left[ \frac{c(R)}{R} - \int_0^R \frac{dc}{dr} \frac{dr}{r} \right] \quad (2.142)$$

Les différents termes de l'équation (2.141) sont plus ou moins sensibles aux différentes régions de l'étoile. Les termes  $\alpha$  et  $\delta$  dépendent de son état d'équilibre et sont particulièrement sensibles aux conditions en surface. En revanche,  $A$  est une quantité sensible aux régions centrales de l'étoile, le terme  $c(R)/R$  pouvant être négligé devant l'intégrale, fonction des conditions de cœur. Ainsi, on peut obtenir une expression asymptotique condensée des *petites séparations* :

$$\delta\nu_{l,l+2} = \nu_{nl} - \nu_{n-1,l+2} \simeq -(4l+6) \frac{\Delta\nu_0}{4\pi^2 \nu_{nl}} \int_0^R \frac{dc}{dr} \frac{dr}{r} \quad (2.143)$$

$\delta\nu_{nl}$  est donc principalement déterminé par les conditions dans le cœur stellaire. En effet, c'est seulement près du centre que  $k_h$  est comparable à  $k_r$ , partout ailleurs le vecteur d'onde est presque vertical et la dynamique des oscillations est largement indépendant de leur structure horizontale, donc de  $l$ . A une fréquence donnée les contributions de ces couches à la fréquence sont presque identiques et s'annulent quasiment dans les petites séparations.

Les petites séparations du même modèle de  $1.2 M_{\odot}$  que pour les deux figures précédentes sont présentées sur la Figure 2.4.



**FIG. 2.3:** Diagramme échelle pour  $l = 0$  (trait continu),  $l = 1$  (pointillés),  $l = 2$  (tirets) et  $l = 3$  (trait-points) pour le même modèle que la Fig.2.2. La grande séparation moyenne est de  $97 \mu\text{Hz}$ .

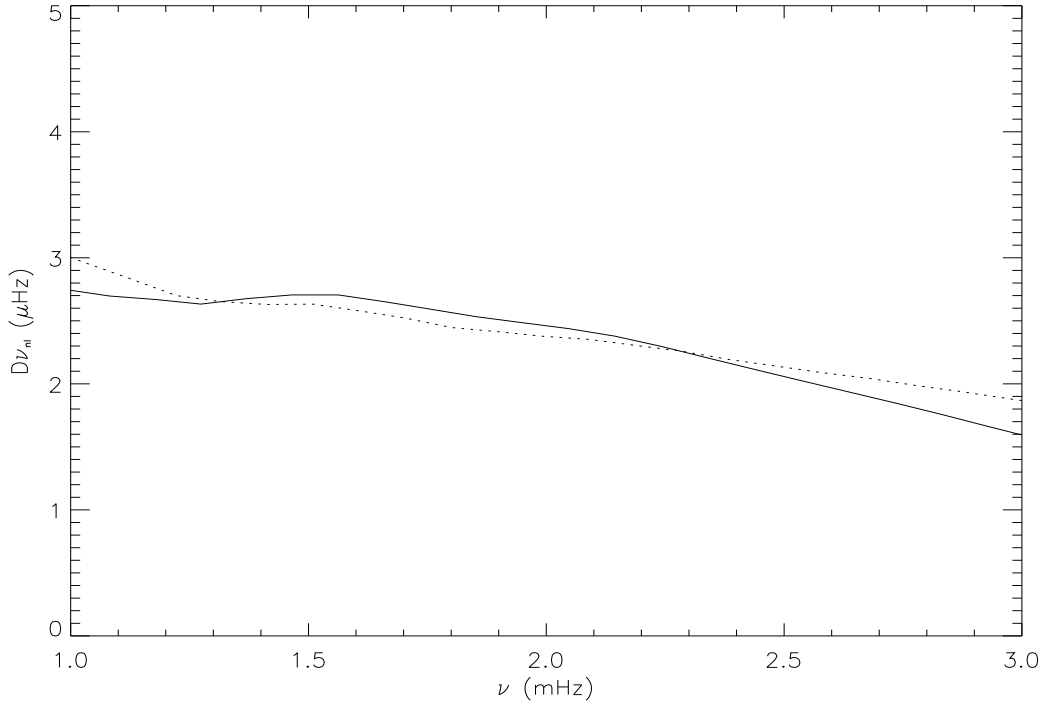
### 2.4.5 Les secondes différences

Nous avons vu que l'approximation JWKB était valide seulement dans les régions de l'étoile où l'échelle de variation des paramètres physiques est beaucoup plus grande que la longueur d'onde des oscillations. Ce n'est pas le cas dans toute l'étoile et le traitement est inadéquat dans les régions de variation rapide des paramètres physiques, comme la zone d'ionisation de l'He II où l'indice adiabatique  $\Gamma_1$ , et donc la vitesse du son, varient rapidement, et la base de la zone convective qui induit une discontinuité dans la dérivée seconde de la vitesse du son. Ces variations rapides de la vitesse du son induisent des réflexions partielles des ondes sonores sur les discontinuités, ce qui a pour effet de moduler les fréquences du spectre stellaire. Gough (1990) présente une technique pour faire apparaître ce comportement oscillatoire qui module les fréquences, à travers les *secondes différences* définies par :

$$\delta_2\nu = \nu_{n+1} + \nu_{n-1} - 2\nu_n \quad (2.144)$$

On définit la profondeur acoustique comme le temps que met l'onde sonore pour aller de la surface à la région considérée :

$$t_s = \int_{r_s}^R \left( \frac{dr}{c} \right) \quad (2.145)$$

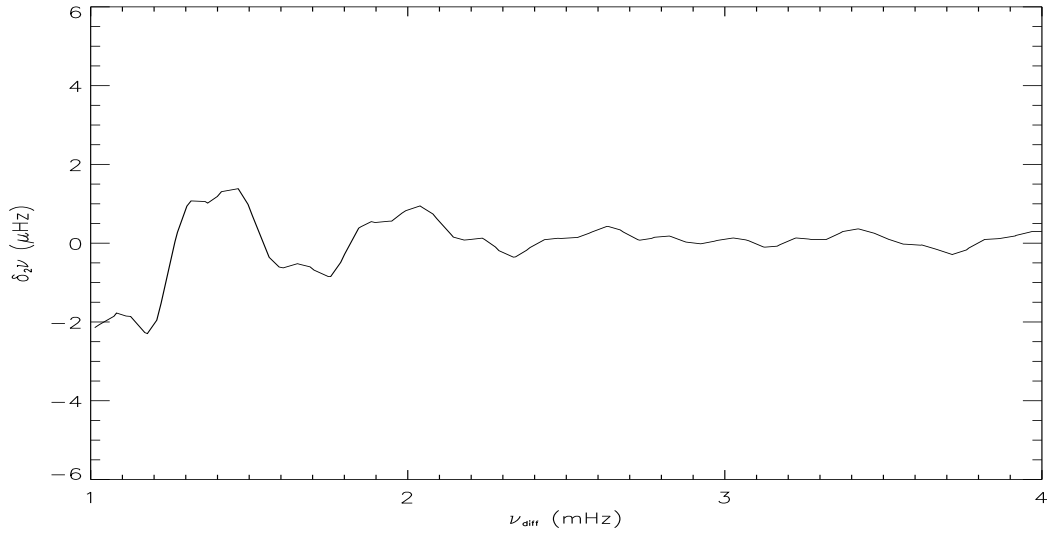


**FIG. 2.4:** Petites séparations  $\delta\nu_{02}$  (trait continu) et  $\delta\nu_{13}$  (pointillés) pour le même modèle que la Fig.2.2.

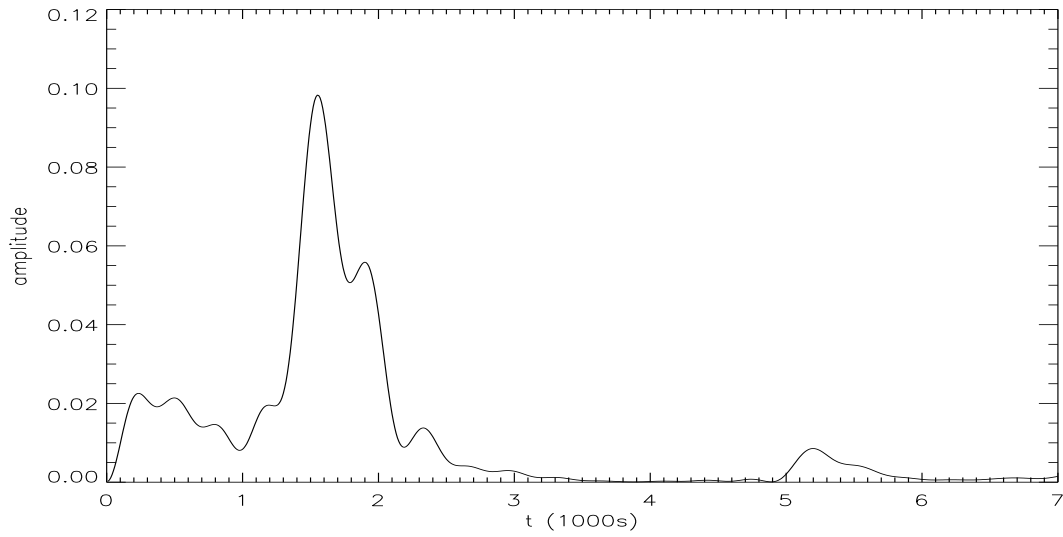
où  $c(r)$  est la vitesse du son au rayon  $r$  et  $r_s$  le rayon de la région considérée. Si on trace la transformée de Fourier de ces secondes différences en fonction de la profondeur acoustique, il apparaît alors des pics correspondants aux fréquences de modulation des secondes différences et dont la position est égale à deux fois la profondeur acoustique des discontinuités dans la vitesse du son (Vauclair & Théado 2004).

Les Figures 2.5 et 2.6 présentent respectivement les secondes différences et leur transformée de Fourier du notre modèle de  $1.2 M_\odot$  maintenant habituel.

Dans la Figure 2.6, le premier pic est dû à l'atmosphère, le deuxième à la zone d'ionisation de l'hélium et le troisième au bas de la zone convective et au gradient d'hélium se trouvant sous la zone convective externe et résultant de la diffusion microscopique (voir Chapitre 3).



**FIG. 2.5:** Secondes différences  $\delta_2\nu$  avec  $l = 0, 1, 2$  et  $3$  pour le même modèle que la Fig.2.2.



**FIG. 2.6:** Transformée de Fourier des secondes différences pour le même modèle que la Fig.2.2.





# Chapitre 3

## Signatures astérosismologiques des gradients d'hélium dans les étoiles de type F tardives

Sous l'effet de la diffusion microscopique que nous avons présentée au Chapitre 1, l'hélium contenu dans la zone convective externe des étoiles va s'enfoncer vers l'intérieur, formant un gradient sous cette zone convective. Ce gradient d'hélium crée une discontinuité dans la composition chimique et a donc une influence sur la propagation des ondes sonores. Vauclair & Théado (2004) ont mis en évidence une signature astérosismologique de la diffusion de l'hélium dans les étoiles A de séquence principale (1.6 et 2.0  $M_{\odot}$ ), grâce à l'utilisation des secondes différences. Théado et al. (2005) ont présenté un premier travail sur la signature astérosismologique de la diffusion dans les étoiles entre 1.1 et 1.3  $M_{\odot}$ . Leurs résultats montrent que la diffusion altère la structure interne des modèles stellaires ainsi que leurs fréquences d'oscillations. Dans ce chapitre, nous montrons les différences de structures internes dues à la diffusion des éléments dans des modèles d'étoiles de 1.1 à 1.45  $M_{\odot}$  et nous réalisons des tests astérosismologiques, mettant en évidence la signature astérosismologique du gradient d'hélium sous la zone convective externe. La différence avec le travail de Théado et al. (2005) vient dans l'étude de l'évolution des changements dus à la diffusion. Ce travail a conduit à la publication Castro & Vauclair (2006).

### 3.1 Calibration et caractéristiques des modèles

Nous avons calculé des modèles avec des masses allant de 1.1 à 1.45  $M_{\odot}$ , respectivement notés M1.1 à M1.45, avec le code TGE. Les paramètres d'entrée sont (voir Chapitre 1, Section 1.4) : MHD 1992 pour l'équation d'état, OPAL 1996 pour les opacités complétées par les tables à basses températures de Alexander & Ferguson (1994) et les compilations NACRE pour les taux de réactions nucléaires avec la routine d'écrantage de Bahcall. La convection est traitée grâce à la théorie de la longueur de mélange et les coefficients de diffusion sont calculés comme dans Paquette et al. (1986).

**TAB. 3.1:** Paramètres de la calibration des modèles ;  $\alpha$  : paramètre de longueur de mélange ;  $Y_0$  : abondance initiale d'hélium

Modèles	Masse ( $M_\odot$ )	$\alpha$	$Y_0$
M1.1-hom	1.1	1.75	0.268
M1.1-dif	1.1	1.84	0.267
M1.2-hom	1.2	1.75	0.268
M1.2-dif	1.2	1.88	0.268
M1.3-hom	1.3	1.75	0.268
M1.3-dif	1.3	1.99	0.268
M1.35-hom	1.35	1.75	0.268
M1.35-dif	1.35	1.99	0.268
M1.45-hom	1.45	1.75	0.268
M1.45-dif	1.45	1.88	0.278

Pour une masse stellaire donnée, deux séries de modèles ont été calculées : avec et sans diffusion. Aucun processus de mélange ou de perte de masse n'a été pris en compte. Les séries ont été calibrées afin d'obtenir des traces évolutives très proches dans le diagramme HR, telles que, pour une même luminosité, leurs différences de températures effectives ne soient jamais plus grandes que 60 K. La calibration de chaque modèle consiste à ajuster les deux paramètres libres du code d'évolution stellaire : l'abondance initiale d'hélium  $Y_0$  et le paramètre de longueur de mélange  $\alpha$ . On a utilisé pour tous les modèles homogènes les mêmes valeurs pour les paramètres libres  $\alpha$  et  $Y_0$ , puis pour chaque masse, les modèles incluant la diffusion ont été calibrés de façon à ce que leurs traces évolutives soient très proches de celles des modèles homogènes de même masse. Les paramètres de la calibration sont présentés dans le Tableau 3.1.

La Figure 3.1 présente les traces évolutives calculées. Pour chaque masse, les traces obtenues avec et sans diffusion sont très proches l'une de l'autre. De plus, jusqu'à  $1.35 M_\odot$  l'évolution de l'âge est similaire dans les deux cas : les modèles avec et sans diffusion sont, au même âge, à des positions très proches dans le diagramme HR. Si l'on tient compte des incertitudes observationnelles, on peut considérer que ces modèles sont observationnellement identiques, c'est-à-dire qu'ils ont les mêmes températures effectives, les mêmes luminosités et les mêmes compositions chimiques. Ce n'est plus le cas pour les masses plus grandes : le long de la trace M1.45, de  $1.45 M_\odot$ , les âges des modèles avec diffusion sont très différents de ceux sans diffusion. En effet, à partir de cette masse, les processus de diffusion deviennent très importants, et dans le contexte où plus de la moitié de la production de l'énergie nucléaire est dominée par le cycle CNO (Kippenhahn & Weigert 1994), qui est plus sensible à la température centrale que les chaînes pp, puisque les modèles avec diffusion ont une fraction d'hélium initiale plus grande que les modèles sans diffusion, ils sont plus évolués pour le même âge. Le Tableau 3.2 donne les caractéristiques des modèles avec et sans diffusion pour chaque masse à différents âges. Les modèles calibrés n'ont pas

strictement des valeurs identiques des paramètres de surface mais elles sont très proches, excepté pour le cas M1.45, pour lequel les modèles avec des paramètres similaires ont des âges différents.

## 3.2 Tests de la structure interne

Les fréquences d'oscillation des modèles sont calculés avec un version révisée du code d'oscillations adiabatiques PULSE de Montréal (Brassard et al. 1992), pour des valeurs du degré azimuthal  $l$  comprises entre 0 et 3 et différentes valeurs de l'ordre radial  $n$ . On étudie dans la suite en détail différentes combinaisons de ces fréquences comme les grandes et les petites séparations qui peuvent conduire à des tests observationnels de la structure interne et de la composition chimique des étoiles.

La Figure 3.2 présente en exemple les diagrammes échelle pour des modèles M1.1 à M1.35 à différents âges et les petites séparations des mêmes modèles sont présentées dans la Figure 3.3. Pour M1.45, on compare les diagrammes échelle pour des modèles se situant au même endroit dans le diagramme HR, donc à des âges différents. Les diagrammes échelle sont présentés sur la Figure 3.4 et les petites séparations sur la Figure 3.5.

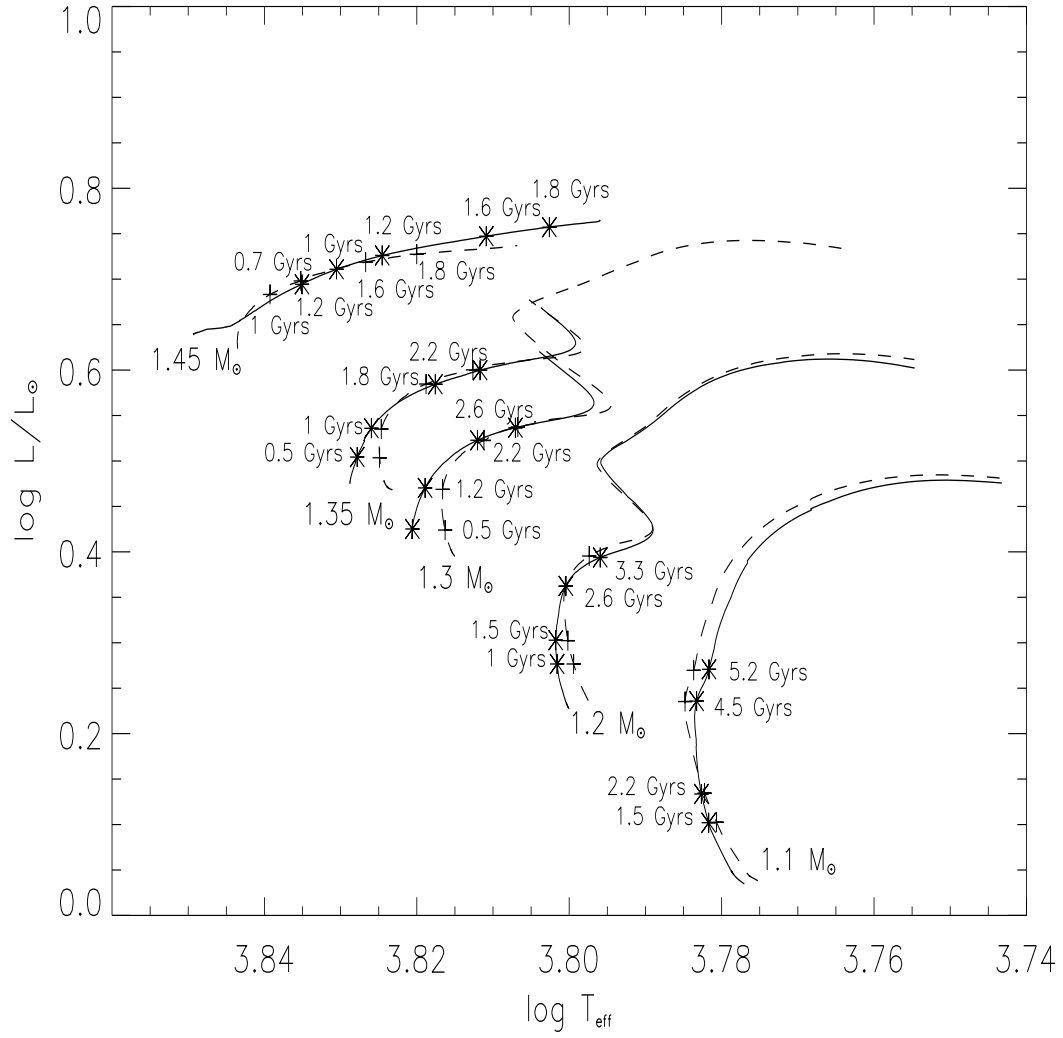
On peut voir sur ces figures que les différences entre les modèles avec et sans diffusion deviennent de plus en plus importantes au cours de l'évolution alors que la masse de l'étoile augmente. Jusqu'à  $1.3 M_{\odot}$ , les tracés des grandes et petites séparations des modèles avec et sans diffusion restent très proches l'un de l'autre alors que pour de plus grandes masses des déviations significatives apparaissent. Ces effets sont reliés aux différences internes de composition chimique et aux extensions différentes des cœurs convectifs.

Selon les résultats de Bazot et al. (2005), qui présente l'analyse sismique de l'étoile  $\mu$  Arae, observée avec le spectrographe HARPS, les incertitudes sur les petites séparations sont d'environ  $0.37 \mu\text{Hz}$ . Dans les cas de  $1.1$  et  $1.2 M_{\odot}$ , les différences entre les modèles avec et sans diffusion sont trop petites pour être observables. Pour de plus grandes masses, cette différence semble pouvoir être détectable.

## 3.3 Tests des gradients d'hélium

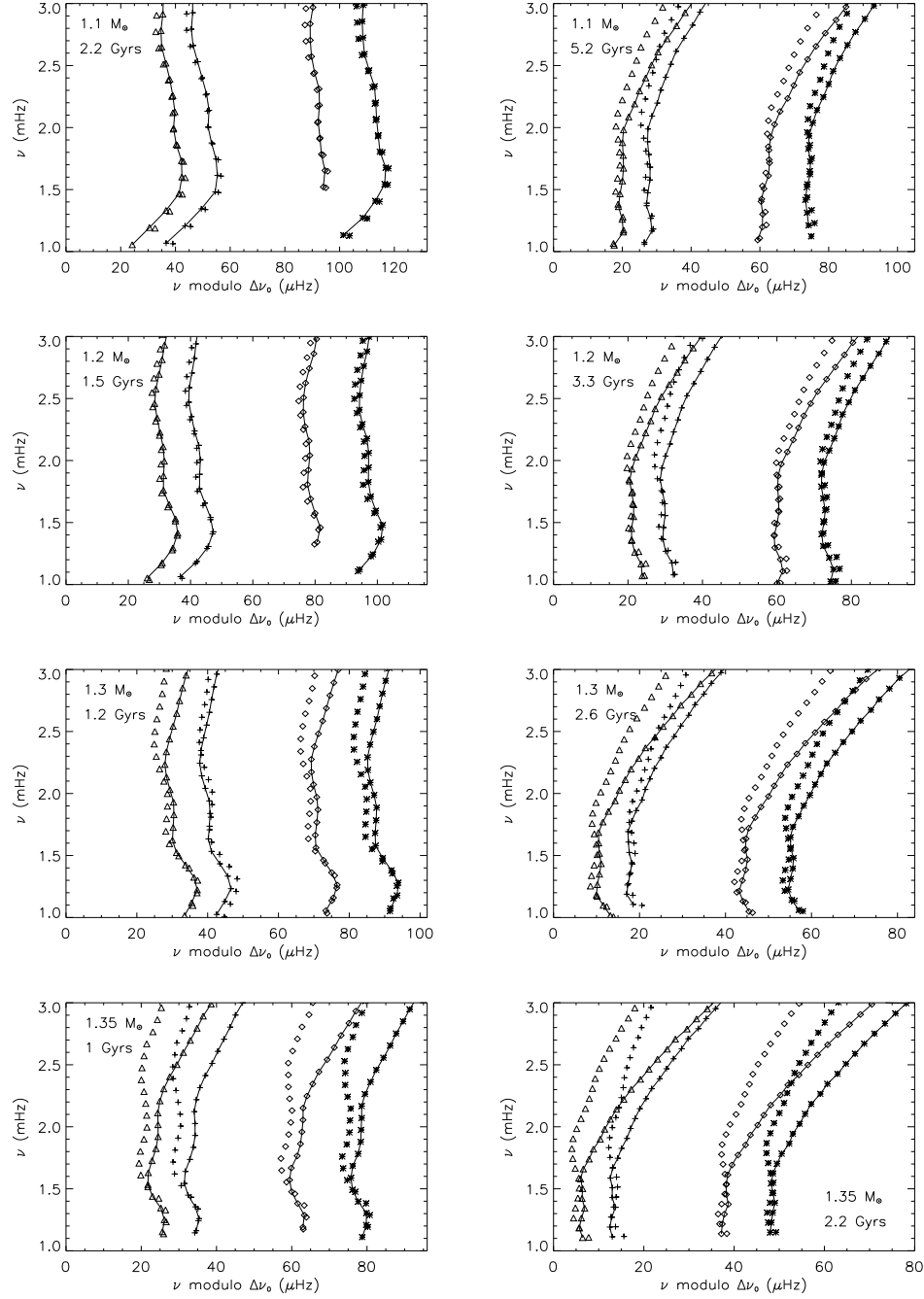
### 3.3.1 Les gradients d'hélium

La plus grande différence entre les modèles avec et sans diffusion se trouve juste sous la zone convective, là où l'hélium tombe sous l'effet de la gravitation. Les Figures 3.6 à 3.10 présentent les profils d'hélium et les gradients de vitesse du son dans les modèles avec (lignes solides) et dans (lignes pointillées) diffusion pour les modèles M1.1 à M1.45, en fonction de la profondeur acoustique, à différents âges. Dans les profils d'hélium, les gradients d'hélium dus à la diffusion sont clairement visibles. Dans les modèles M1.1 et M1.2, le gradient d'hélium reste lisse tout au long de l'évolution sur la séquence principale, alors que dans le cas des modèles M1.3



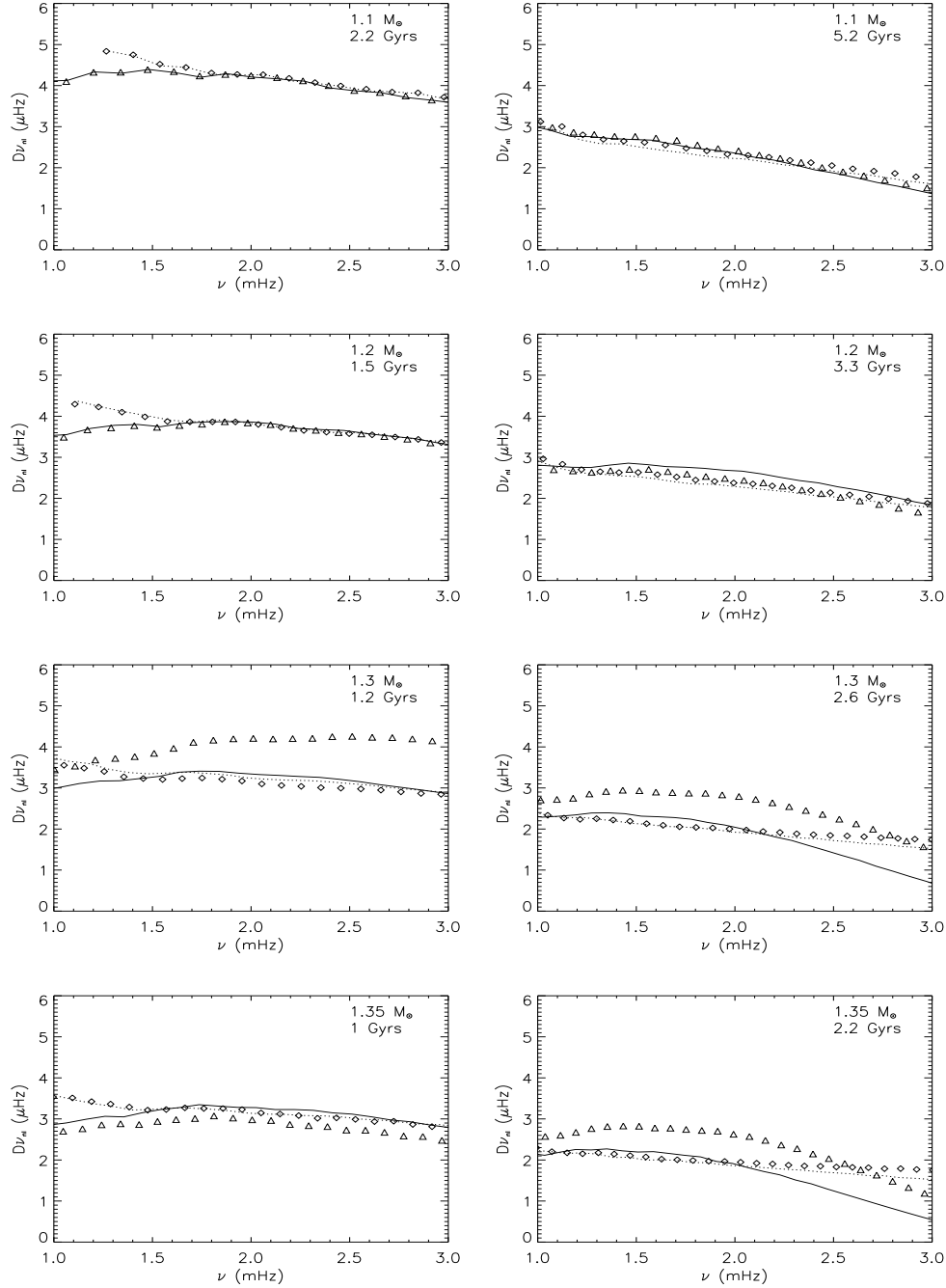
**TAB. 3.2:** Caractéristiques physiques des modèles ;  $L/L_{\odot}$  : luminosité en unité solaire ;  $|\Delta L|/L$  : différence relative de luminosité entre les modèles avec et sans diffusion ;  $T_{eff}$  : température effective ;  $|\Delta T|/T$  : différence relative de température entre les modèles avec et sans diffusion ;  $X_S$  et  $Y_S$  : fractions de masse superficielles d'hydrogène et d'hélium

Modèles	Ages (Gyr)	$L/L_{\odot}$	$ \Delta L /L$	$T_{eff}$ (K)	$ \Delta T /T$	$X_S$	$Y_S$
M1.1-hom	1.5	1.26637		6034.90		0.7130	0.2680
	2.2	1.35947		6056.06		0.7130	0.2680
	4.5	1.71937		6092.56		0.7130	0.2680
	5.2	1.86054		6076.73		0.7130	0.2680
M1.1-dif	1.5	1.26488	0.12%	6049.23	0.24%	0.7298	0.2517
	2.2	1.36013	0.05%	6062.48	0.11%	0.7379	0.2439
	4.5	1.72119	0.11%	6071.28	0.35%	0.7604	0.2222
	5.2	1.86513	0.25%	6048.67	0.46%	0.7667	0.2162
M1.2-hom	1	1.89069		6301.30		0.7130	0.2680
	1.5	2.00586		6312.19		0.7130	0.2680
	2.6	2.30632		6316.55		0.7130	0.2680
	3.3	2.48519		6271.48		0.7130	0.2680
M1.2-dif	1	1.89099	0.016%	6332.72	0.50%	0.7335	0.2482
	1.5	2.00812	0.11%	6335.34	0.37%	0.7438	0.2382
	2.6	2.30420	0.09%	6315.97	0.01%	0.7661	0.2168
	3.3	2.47611	0.37%	6250.72	0.33%	0.7745	0.2087
M1.3-hom	0.5	2.65461		6551.19		0.7130	0.2680
	1.2	2.94286		6556.77		0.7130	0.2680
	2.2	3.33212		6479.03		0.7130	0.2680
	2.6	3.44310		6406.05		0.7130	0.2680
M1.3-dif	0.5	2.66146	0.26%	6615.92	0.99%	0.7390	0.2430
	1.2	2.95386	0.37%	6592.50	0.54%	0.7756	0.2077
	2.2	3.33165	0.014%	6483.36	0.067%	0.8033	0.1810
	2.6	3.43819	0.14%	6411.80	0.09%	0.7936	0.1901
M1.35-hom	0.5	3.18750		6681.75		0.7130	0.2680
	1	3.42768		6678.21		0.7130	0.2680
	1.8	3.84282		6588.55		0.7130	0.2680
	2.2	3.98263		6495.91		0.7130	0.2680
M1.35-dif	0.5	3.19352	0.19%	6726.98	0.68%	0.7637	0.2191
	1	3.43558	0.23%	6698.23	0.30%	0.8075	0.1771
	1.8	3.84034	0.06%	6570.07	0.28%	0.8429	0.1428
	2.2	3.97924	0.08%	6481.87	0.22%	0.8214	0.1631
M1.45-hom	1	4.82217		6906.53		0.7130	0.2680
	1.2	4.98999		6842.74		0.7130	0.2680
	1.6	5.23299		6709.96		0.7130	0.2680
	1.8	5.33777		6607.09		0.7130	0.2680
M1.45-dif	1	5.13913	6.57%	6769.24	1.99%	0.9948	0.0010
	1.2	5.32206	6.65%	6676.52	2.43%	0.9943	0.0014
	1.6	5.58805	6.35%	6469.64	3.71%	0.9823	0.0104
	1.8	5.71755	7.11%	6347.46	3.93%	0.9660	0.0250



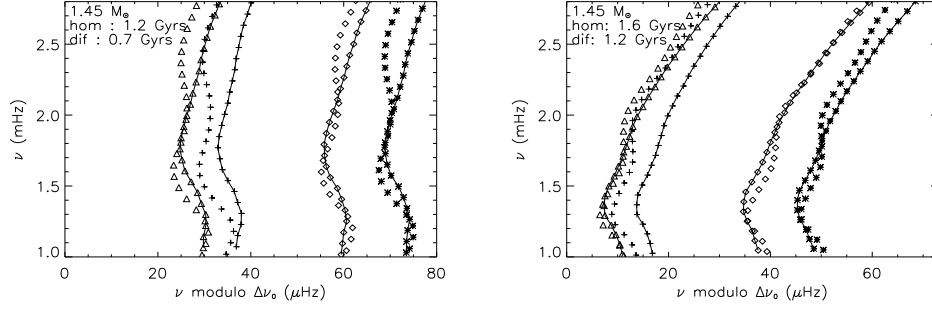
**FIG. 3.2:** Diagramme échelle des modèles M1.1 à M1.35 à différents âges. Croix :  $l = 0$ , étoiles :  $l = 1$ , triangles :  $l = 2$ , losanges :  $l = 3$ . Les points connectés par des lignes correspondent aux modèles avec diffusion.

à M1.45, il devient de plus en plus abrupt avec le temps. Par exemple, dans les modèles M1.3, la zone convective s'enfonce dans l'intérieur stellaire autour de 2.5 Gyrs, ce qui explique la discontinuité dans le gradient d'hélium et l'augmentation de

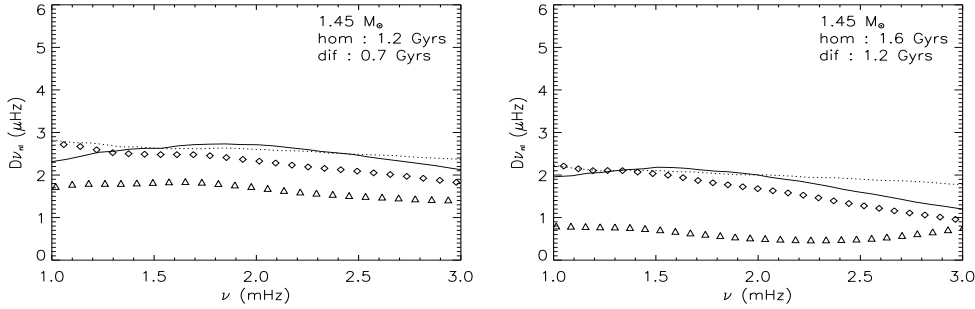


**FIG. 3.3:** Petites séparations des modèles M1.1 à M1.35 à différents âges. Les lignes correspondent aux modèles avec diffusion (lignes continues :  $D\nu_{0,2}$ , lignes pointillées :  $D\nu_{1,3}$ ) et les symboles correspondent aux modèles sans diffusion (triangles :  $D\nu_{0,2}$ , losanges :  $D\nu_{1,3}$ ).

la fraction de masse d'hélium dans le Tableau 3.2 pour le modèle correspondant, alors que dans les modèles M1.1, la zone convective s'enfonce plus tard et plus lentement. En fait, les gradients d'hélium des modèles M1.1 et M1.2 deviennent verticaux après



**FIG. 3.4:** Diagramme échelle des modèles M1.45 à 1.2 Gyrs (avec diffusion) et 1.6 Gyrs (sans diffusion) à gauche, et à 0.7 Gyrs (avec diffusion) et 1.2 Gyrs (sans diffusion) à droite. Croix :  $l = 0$ , étoiles :  $l = 1$ , triangles :  $l = 2$ , losanges :  $l = 3$ . Les points connectés par des lignes correspondent aux modèles avec diffusion.



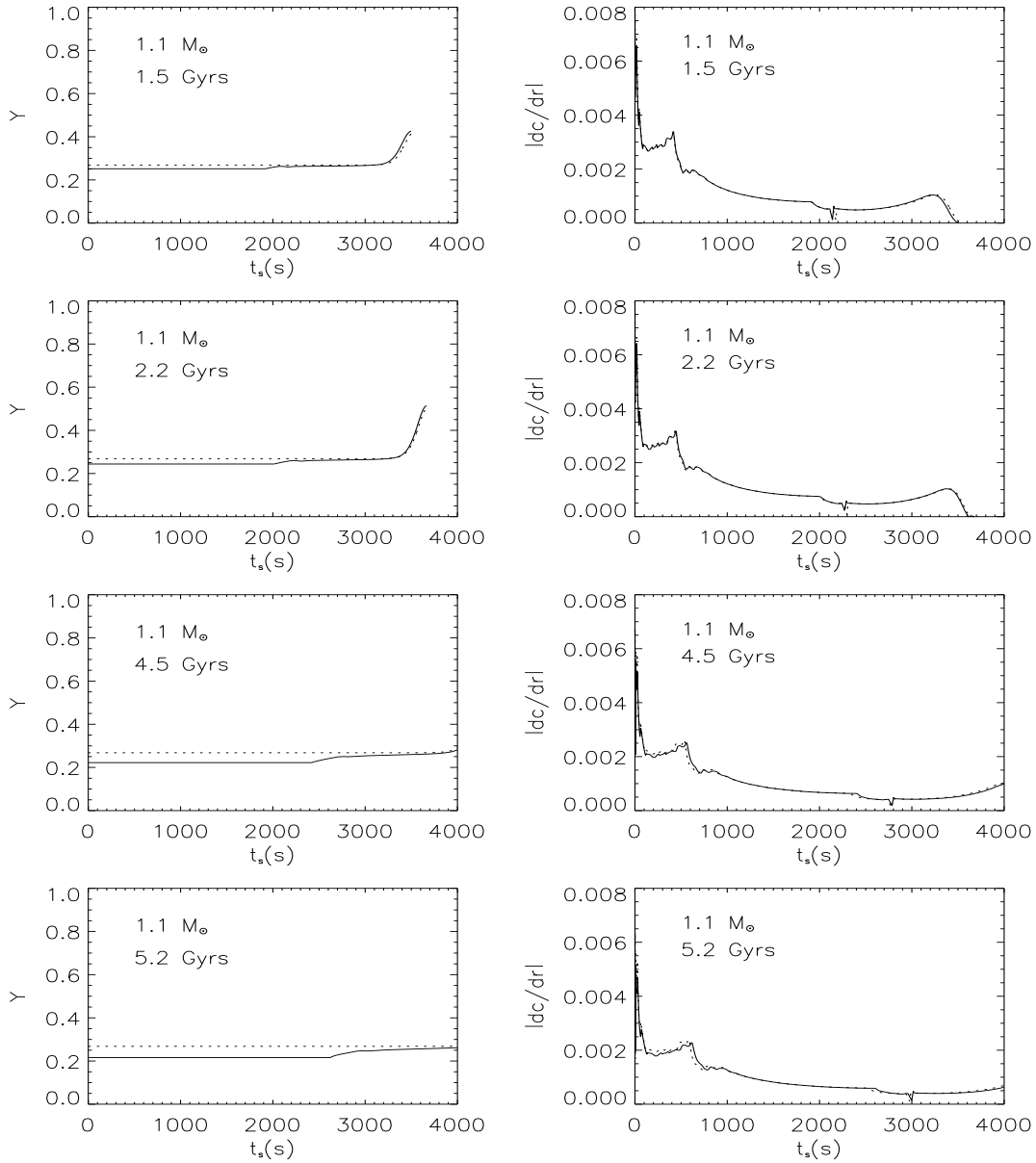
**FIG. 3.5:** Petites séparations des modèles M1.45 à 1.2 Gyrs (avec diffusion) et 1.6 Gyrs (sans diffusion) à gauche, et à 0.7 Gyrs (avec diffusion) et 1.2 Gyrs (sans diffusion) à droite. Les lignes correspondent aux modèles avec diffusion (lignes continues :  $D\nu_{0,2}$ , lignes pointillées :  $D\nu_{1,3}$ ) et les symboles correspondent aux modèles sans diffusion (triangles :  $D\nu_{0,2}$ , losanges :  $D\nu_{1,3}$ ).

le *turnoff*. Si on regarde par exemple les gradients de vitesse du son des modèles M1.1 sur la Figure 3.6, on peut identifier deux caractéristiques : une autour de 700 s qui est due à la zone d'ionisation de l'hélium, et une à 1900 s pour le modèle de 1 Gyrs, à 2000 s pour le modèle à 1.5 Gyrs, à 2400 s pour le modèle de 2.2 Gyrs et à 2600 s pour le modèle de 2.6 Gyrs, qui correspond au bas de la zone convective. Cet exemple nous montre que les différences entre les modèles avec et sans diffusion sont clairement visibles et augmentent avec le temps, et ce comportement est d'autant plus important que la masse de l'étoile est grande.

### 3.3.2 Les secondes différences

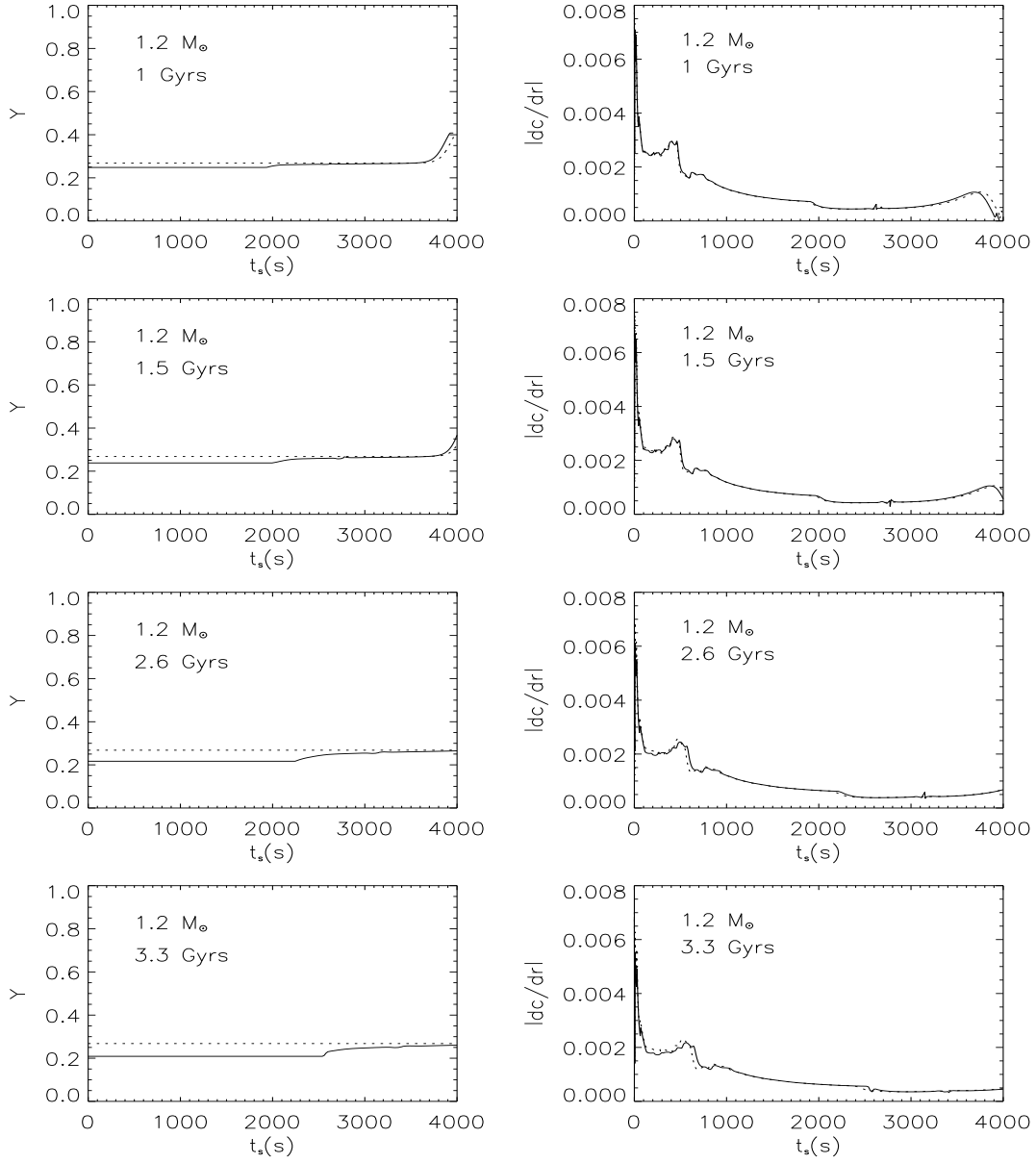
L'astérosismologie fournit des outils pour sonder la base de la zone convective et le gradient d'hélium. Comme nous l'avons vu, à ces endroits la vitesse du son subit de rapides variations, qui impliquent des réflexions partielles des ondes sonores. Ces





**FIG. 3.6:** Profils d'hélium (colonne de gauche) et gradients de la vitesse du son (colonne de droite) dans les modèles avec (lignes continues) et sans (lignes pointillées) diffusion, pour les modèles M1.1 de  $1.1 M_{\odot}$  en fonction de la profondeur acoustique à 1.5, 2.2, 4.5 et 5.2 Gyrs

reflexions modulent les fréquences du spectre stellaire, ce qui est très bien vu à travers les secondes différences. Afin d'identifier les différentes composantes qui modulent les oscillations, on calcule la transformée de Fourier de ces secondes différences. Les positions des pics correspondent alors aux périodes de modulation des secondes différences dues aux réflexions partielles des ondes, soit le double de la profondeur acoustique des caractéristiques correspondantes dans la vitesse du son (Vauclair & Théado 2004). Sur les Figures 3.11 à 3.15, on peut alors identifier pour chaque modèle

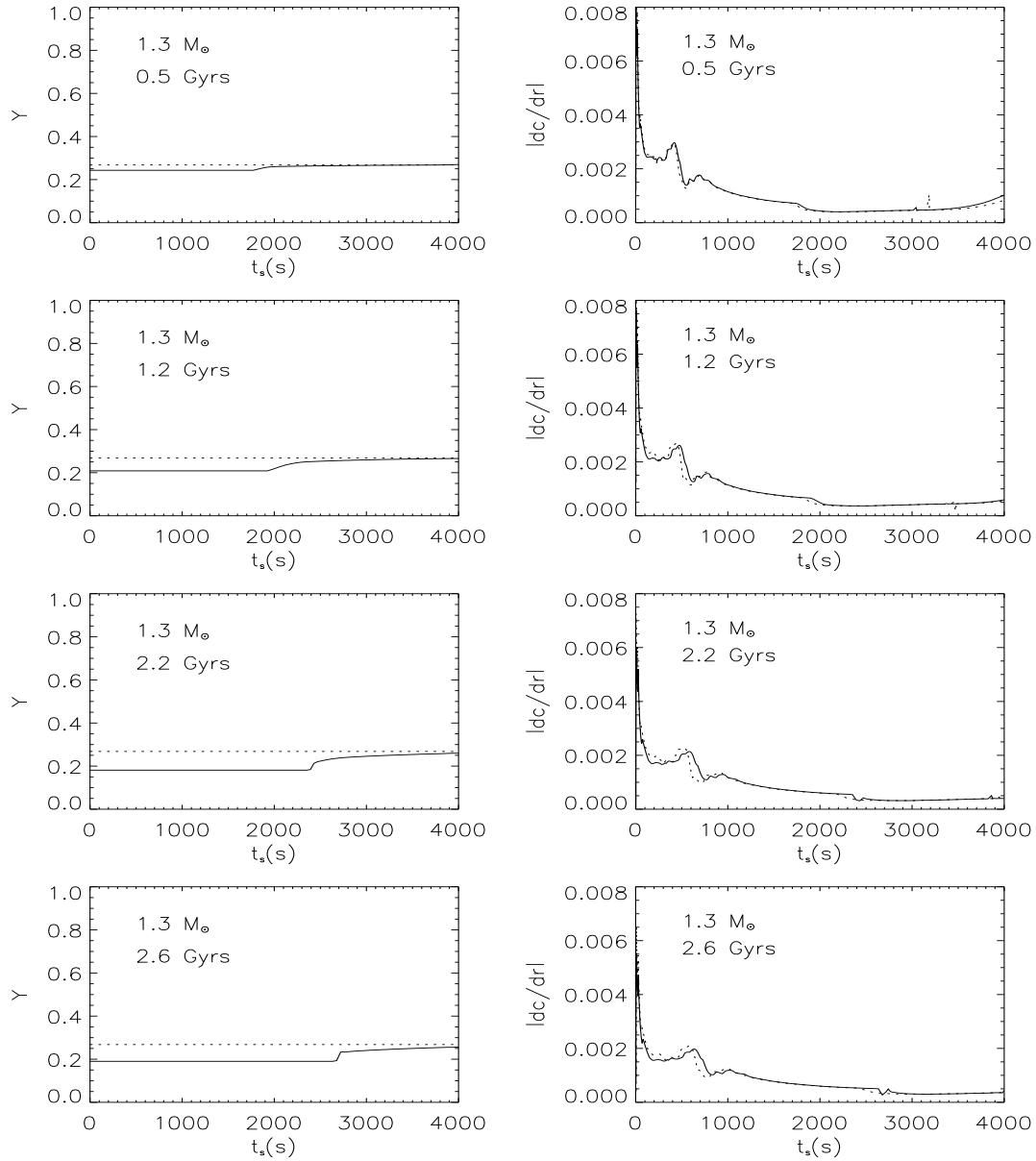


**FIG. 3.7:** Même figure que la Fig 3.6 pour les modèles M1.2 de  $1.2 M_{\odot}$  à 1.0, 1.5, 2.6 et 3.3 Gyrs

le pic dû à la zone d'ionisation de l'hélium (le plus près de la surface) et celui dû à la base de la zone convective, là où se trouve le gradient d'hélium. Les différences entre les modèles avec et sans diffusion sont clairement visibles.

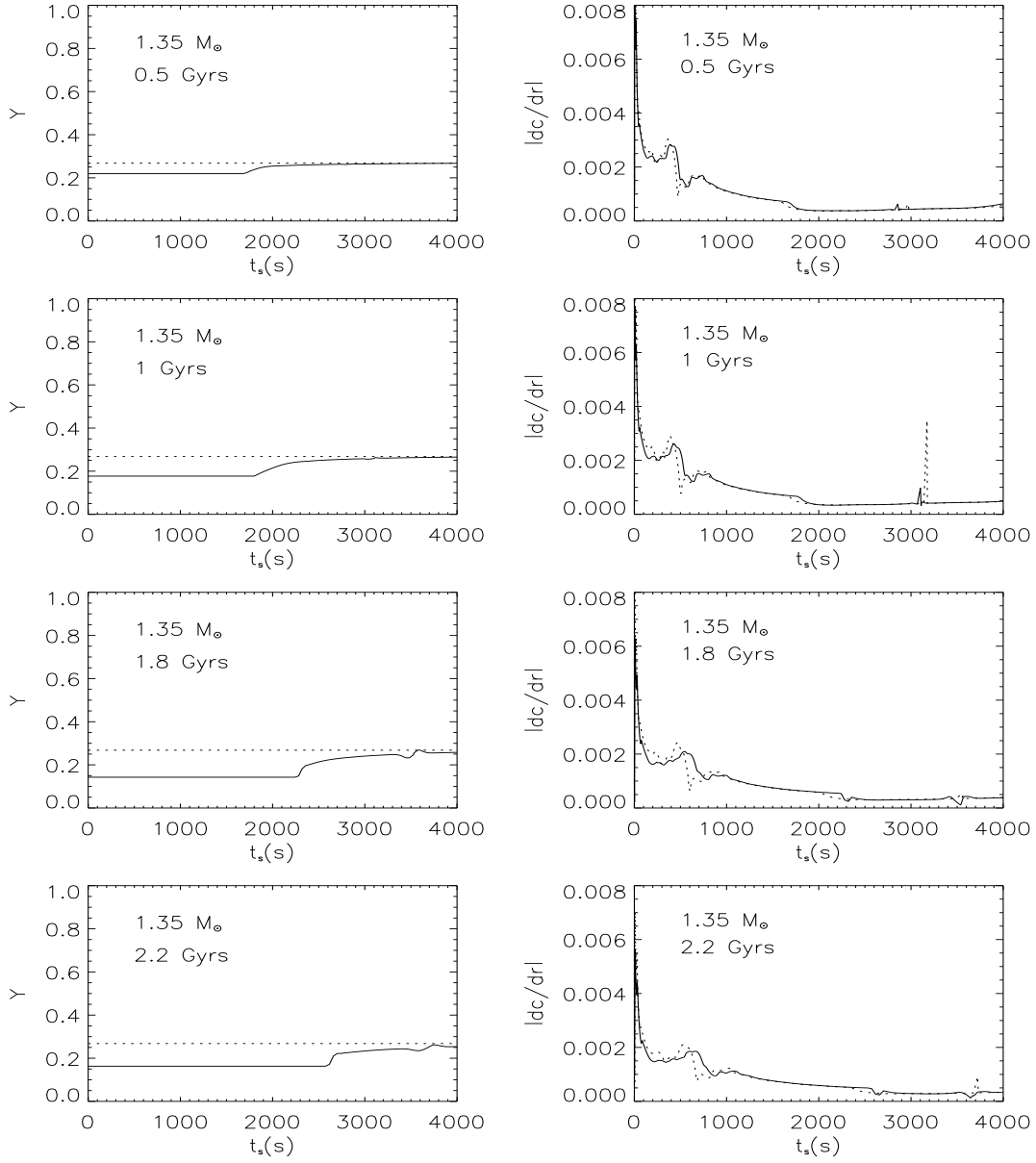
Dans tous les cas avec diffusion, les pics dus aux zones d'ionisation de l'hélium diminuent en amplitude au cours de l'évolution, à cause de la diminution de la concentration en hélium dans la zone convective, due à la diffusion.

Dans les étoiles de  $1.1 M_{\odot}$  et  $1.2 M_{\odot}$ , le processus de diffusion se produit sur une échelle de temps trop longue pour être visible sur la distribution de l'hélium pendant la séquence principale. L'amplitude du pic dû à la base de la zone convective



**FIG. 3.8:** Même figure que la Fig 3.6 pour les modèles M1.3 de  $1.3 M_\odot$  à 0.5, 1.2, 2.2 et 2.6 Gyrs

diminue légèrement à cause de l'enfoncement de celle-ci dans l'intérieur stellaire (voir Figures 3.11 et 3.12). Pour les étoiles avec diffusion de masse plus grande (Figures 3.13 à 3.15), le pic dû à la base de la zone convective subit une forte augmentation d'amplitude au moment où la zone convective s'enfonce et rend le gradient d'hélium vertical. Dans les modèles homogènes, par contre, il n'y a aucune augmentation de l'amplitude de ces pics. Ce comportement est dû au processus de diffusion.

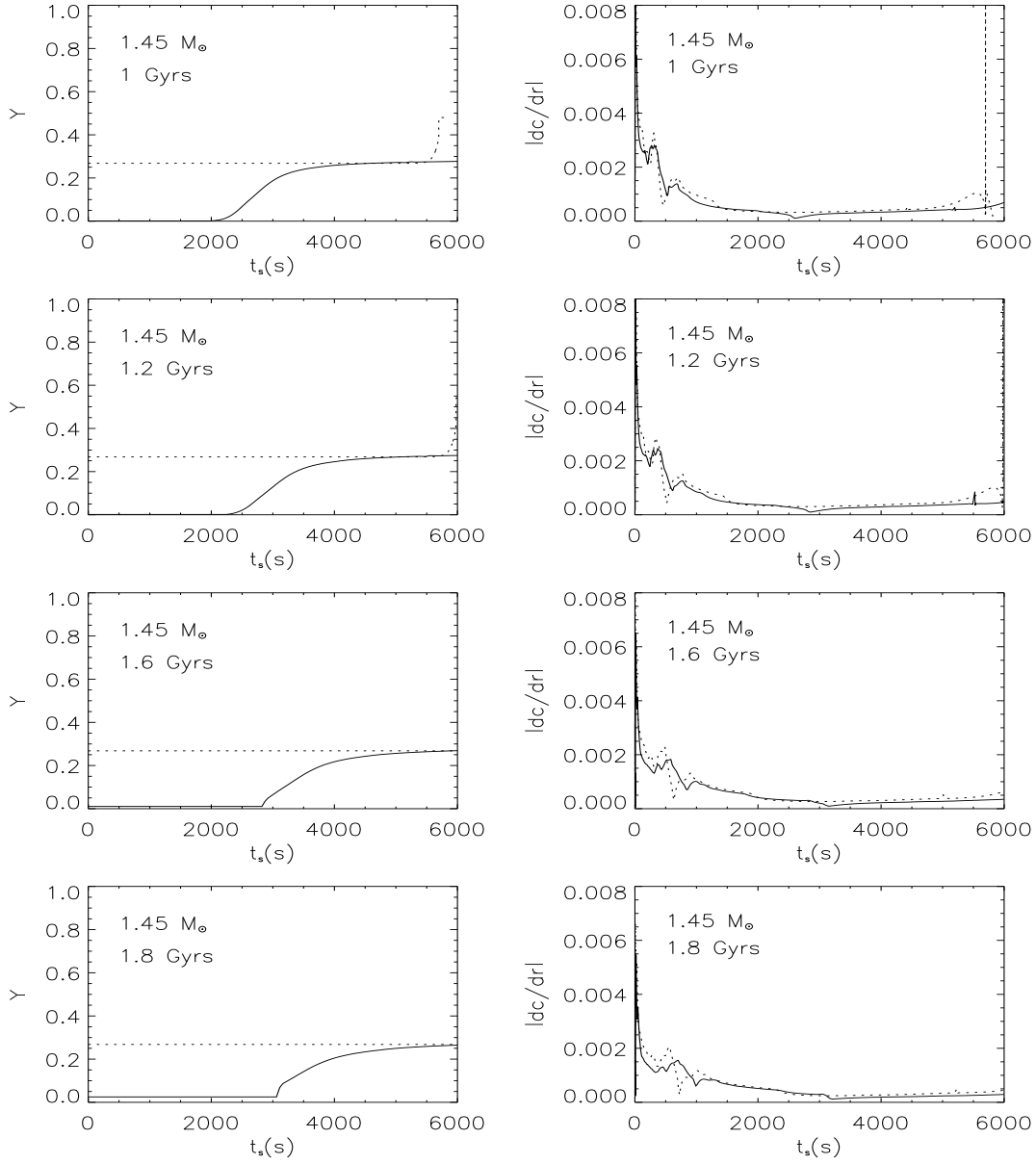


**FIG. 3.9:** Même figure que la Fig 3.6 pour les modèles M1.35 de  $1.35 M_{\odot}$  à 0.5, 1.0, 1.8 et 2.2 Gyrs

### 3.4 Discussion

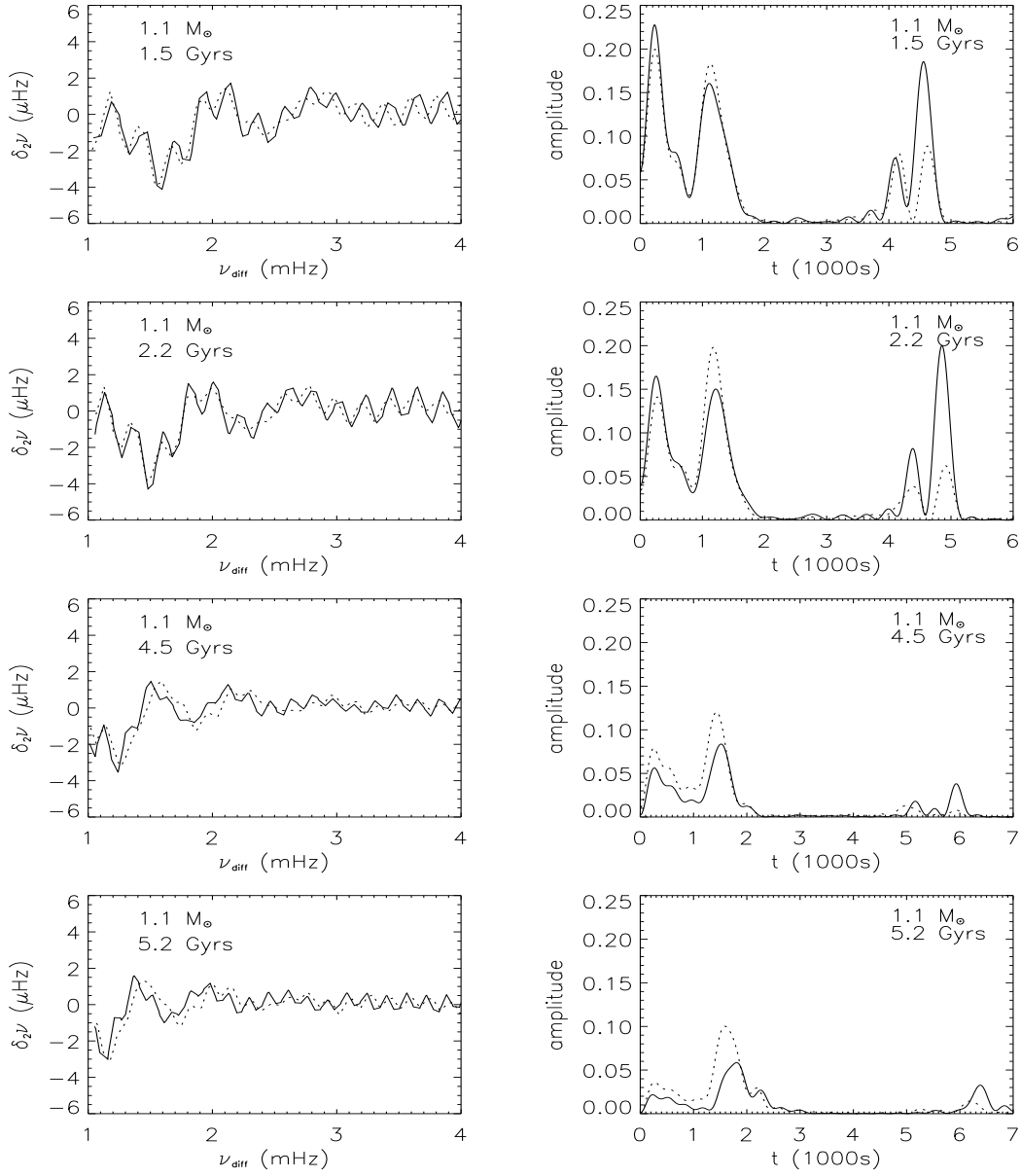
Les grandes et petites séparations représentent des tests astérosismologiques des différences de structure interne dans les modèles avec et sans diffusion. Nos calculs montrent que ces différences augmentent au cours de l'évolution stellaire et qu'elles deviennent de plus en plus importantes quand la masse augmente. Ceci devrait être détectable pour des masses de plus de  $1.2 M_{\odot}$ .

Le comportement des secondes différences des modèles est physiquement clair :



**FIG. 3.10:** Même figure que la Fig 3.6 pour les modèles M1.45 de  $1.45 M_\odot$  à 1.0, 1.2, 1.6 et 1.8 Gyrs

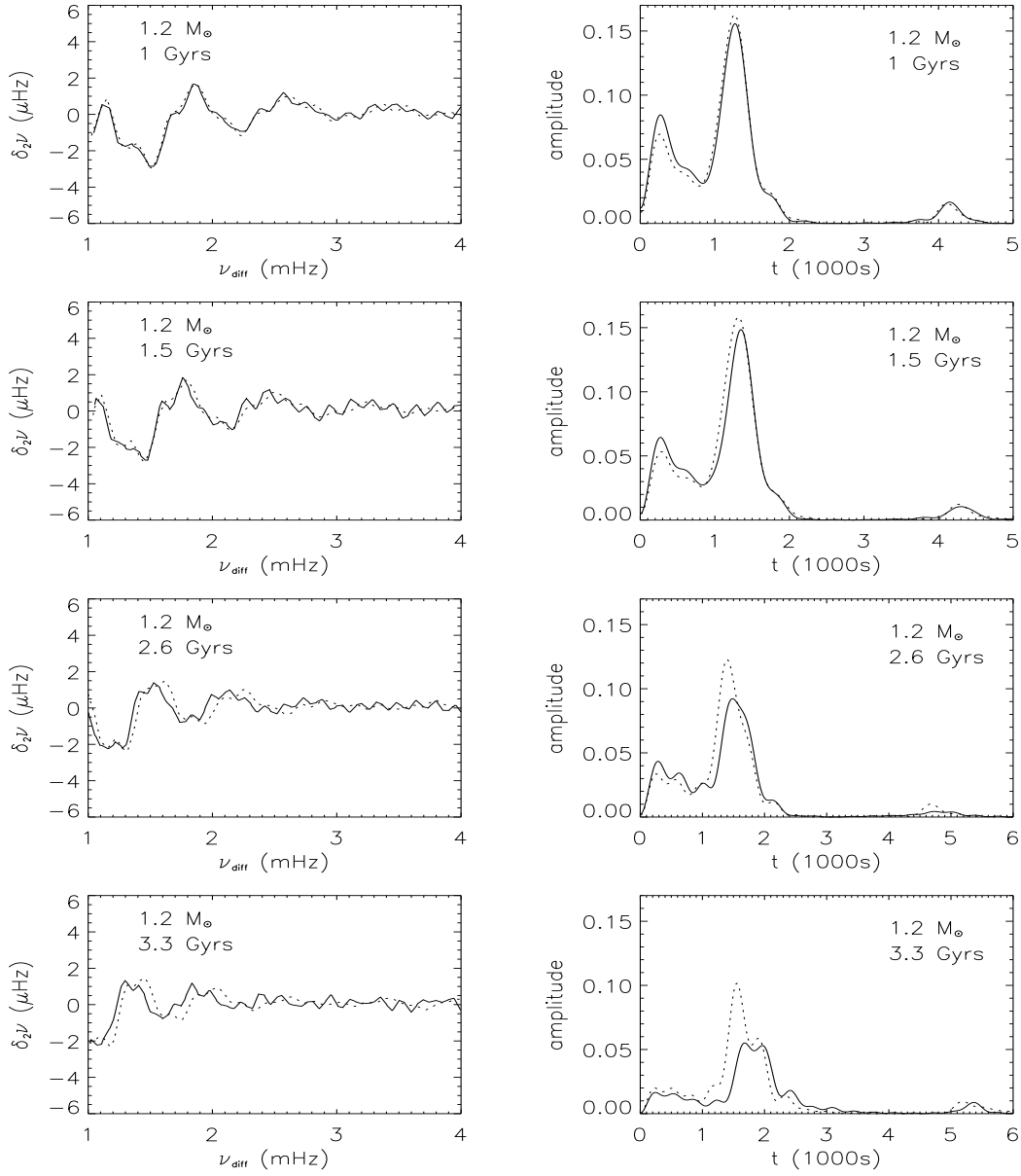
dû aux effets de la diffusion, l'hélium tombe la zone convective externe et forme un gradient qui augmente au cours de l'évolution. Selon la masse de l'étoile, le comportement des ondes sonores est différent. Pour les faibles masses (1.1 et 1.2  $M_\odot$ ), le processus de diffusion est lent, de même que la zone convective augmente lentement. Ainsi, le gradient d'hélium reste lisse pendant toute la séquence principale et devient vertical seulement au turnoff. Quand la masse de l'étoile est assez grande, la zone convective s'enfonce plus rapidement et le gradient d'hélium devient abrupt plus vite. Il y a alors de fortes réflexions des ondes de pression dans la région du



**FIG. 3.11:** Secondes différences (colonne de gauche) et transformée de Fourier des secondes différences (colonne de droite) des modèles M1.1 de  $1.1 M_{\odot}$  à 1.5 Gyrs, 2.2 Gyrs, 4.5 Gyrs et 5.2 Gyrs, avec (lignes continues) et sans (lignes pointillées) diffusion.

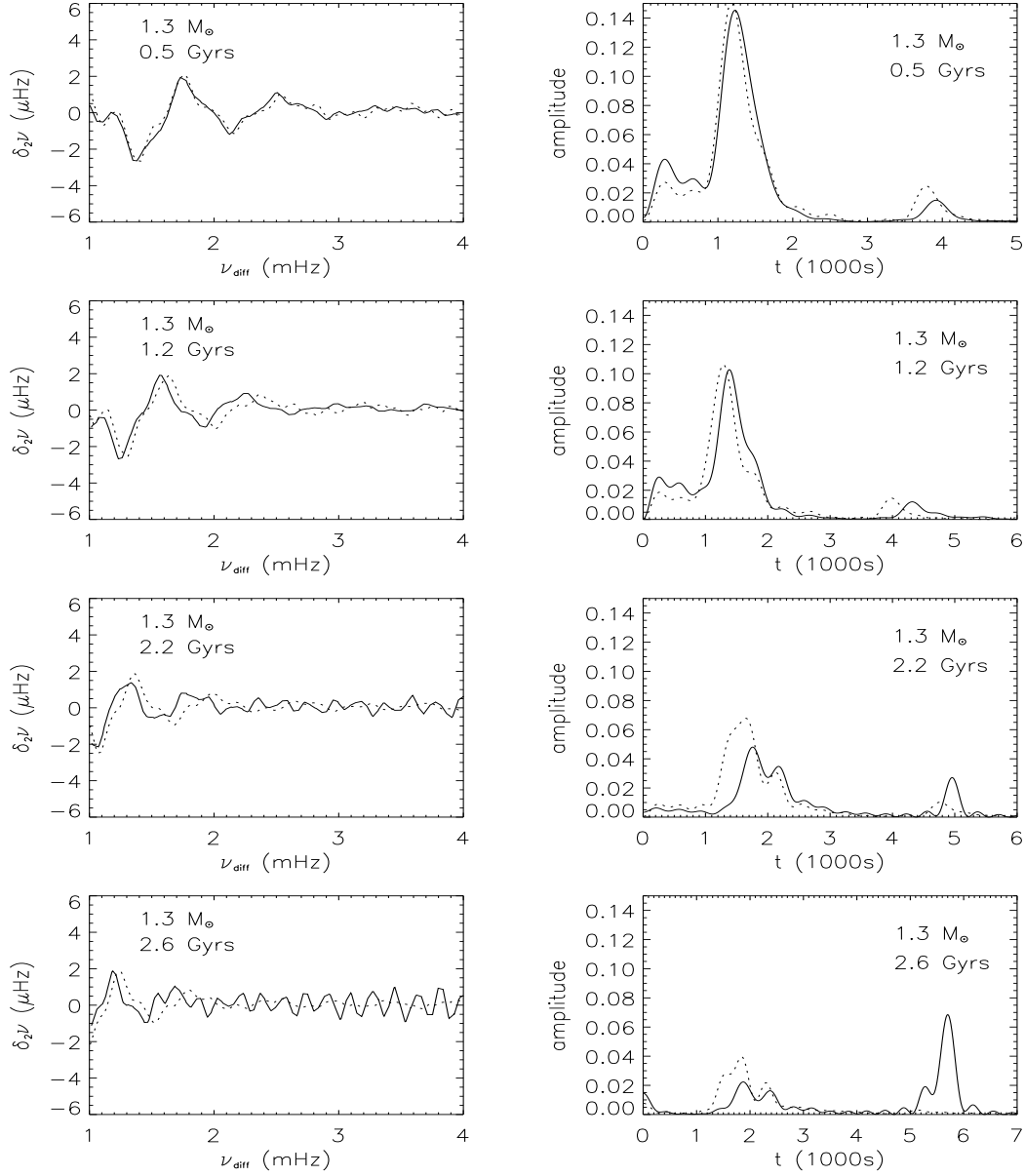
gradient d'hélium, ce qui explique l'augmentation importante de l'amplitude des pics. Puis, l'hélium se dilue dans la zone convective, et la concentration en hélium, qui était très basse après la diffusion rapide, réaugmente (voir Tableau 3.2). Mais le gradient d'hélium reste vertical et l'amplitude du pic reste grande (voir Figures 3.13 à 3.15).

Les modèles présentés précédemment ont été calculés avec un triage gravitationnel seul. En réalité, la variation dans l'abondance en hélium et la raideur du



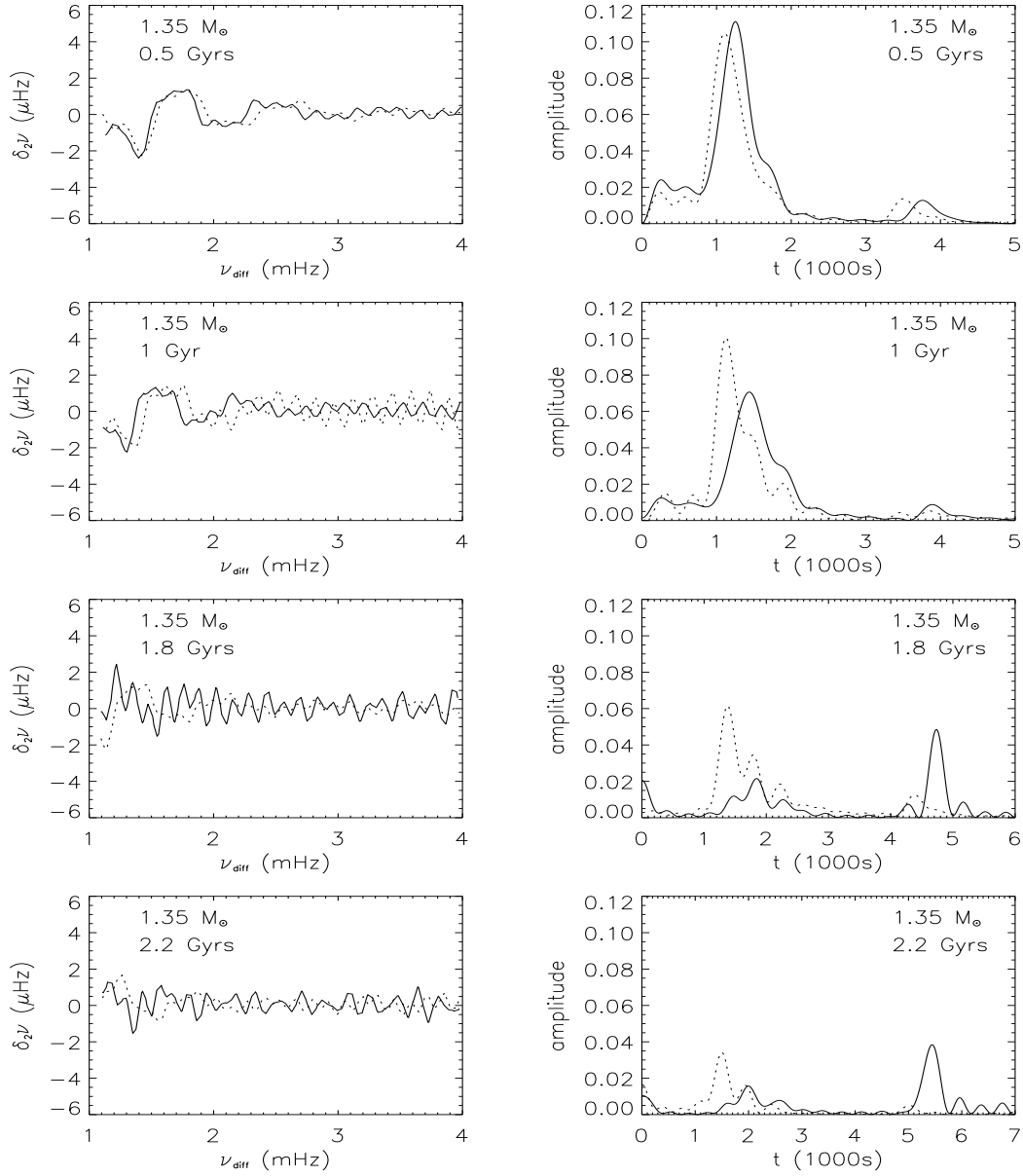
**FIG. 3.12:** Même figure que la Fig 3.11 pour les modèles M1.2 de  $1.2 M_{\odot}$  à 1.0, 1.5, 2.6 et 3.3 Gyrs

gradient d'hélium résultant de la diffusion sont sans doute plus faibles, en raison des processus de mélange sous la zone convective et d'une possible perte de masse. Nous pouvons cependant nous attendre à ce que cette signature de la diffusion de l'hélium soit détectable dans les étoiles légèrement plus massive que le Soleil avec CoRoT. La précision de l'instrument devrait atteindre  $0.1 \mu\text{Hz}$  et devrait permettre de détecter les pics dans les transformées de Fourier des secondes différences des fréquences d'oscillation comme une signature de la diffusion de l'hélium.

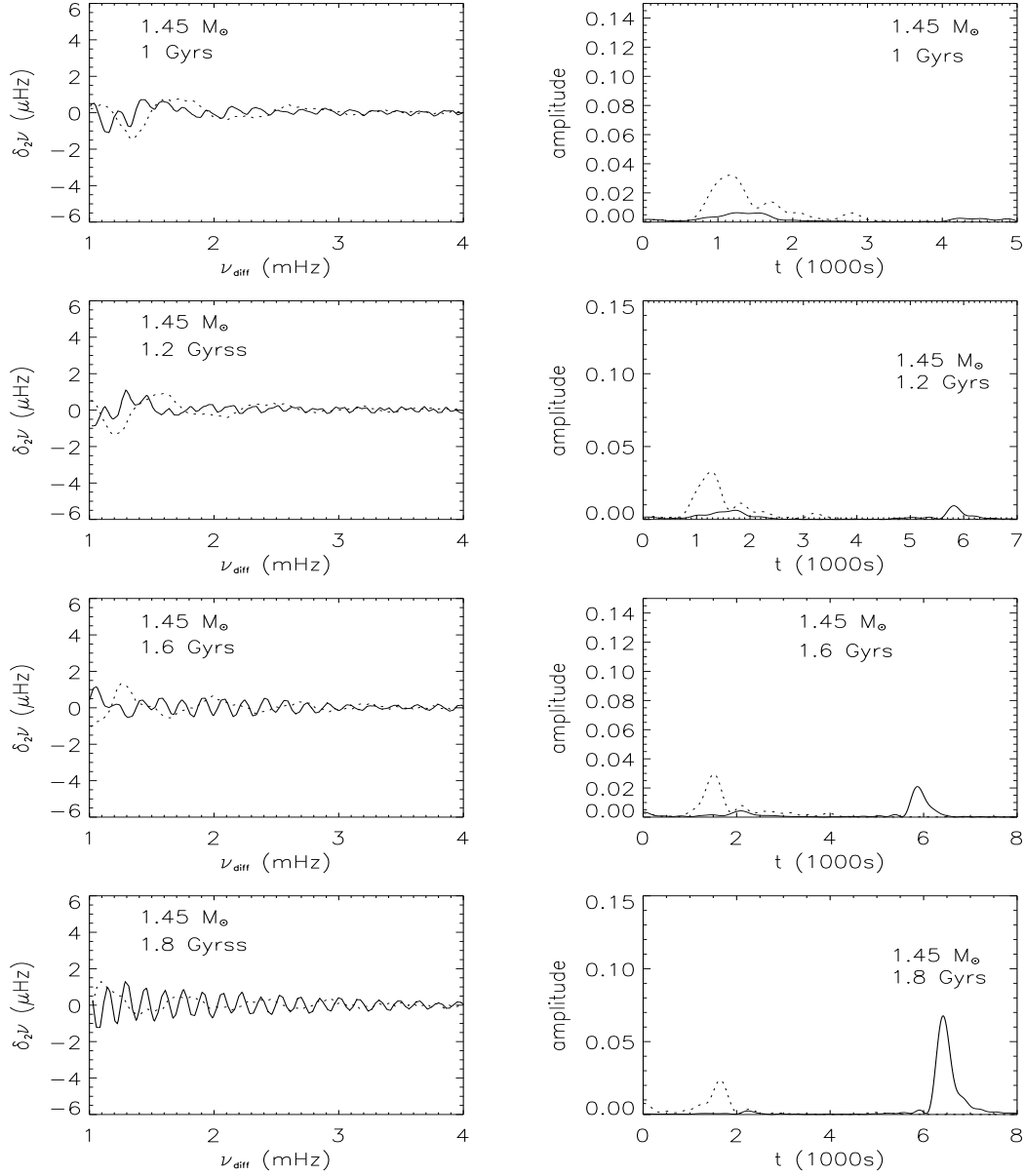


**FIG. 3.13:** Môme figure que la Fig 3.11 pour les modèles M1.3 de  $1.3 M_{\odot}$  à 0.5, 1.2, 2.2 et 2.6 Gyrs





**FIG. 3.14:** Môme figure que la Fig 3.11 pour les modèles M1.35 de 1.35  $M_{\odot}$  à 0.5, 1.0, 1.8 et 2.2 Gyrs



**FIG. 3.15:** Môme figure que la Fig 3.11 pour les modèles M1.45 de  $1.45 M_{\odot}$  à 1.0, 1.2, 1.6 et 1.8 Gyrs

# Chapitre 4

## Le lithium dans les étoiles “avec planètes”

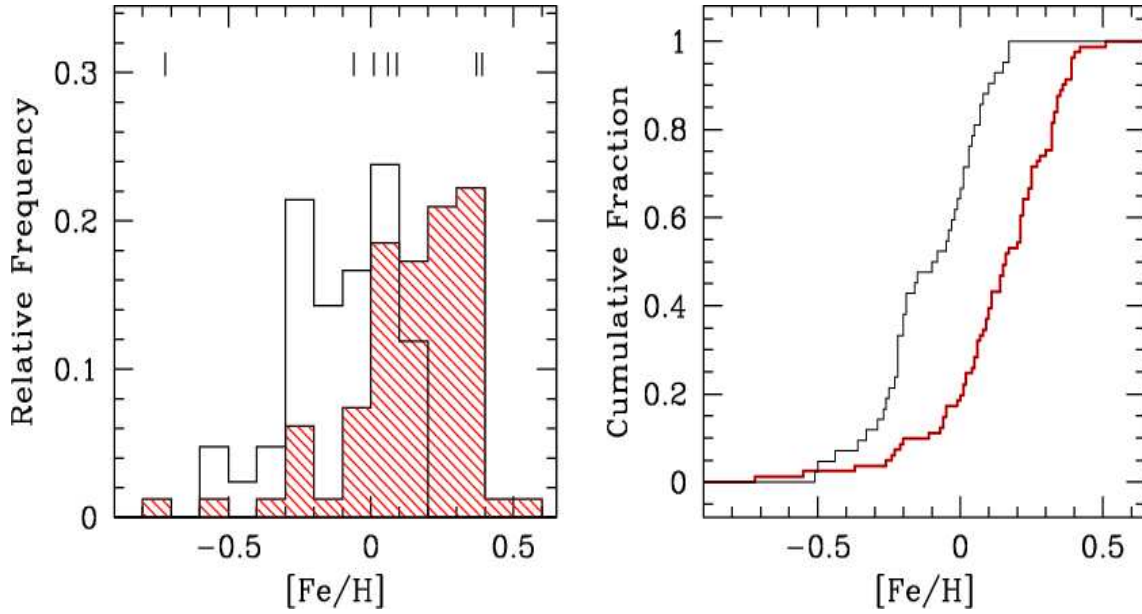
### 4.1 Particularités métalliques des étoiles “avec planètes”

Nous appellerons dans ce chapitre, étoiles “avec planètes”, les étoiles avec une ou plusieurs planètes détectées. Les techniques de détection des planètes par effet Doppler ou par méthode de transit planétaire favorisent la découverte de planètes massives (plusieurs masses joviennes) et proches de leur étoile centrale (de 0.5 à 4 U.A.). Cette disposition, très différente de notre système solaire, fait penser que ces planètes ont subi un phénomène de migration vers leur étoile centrale. Il existe probablement beaucoup d'étoiles dont les planètes n'ont pas été détectées parce que leur orbite est trop éloignée ou que leur masse est trop petite. Dans ce qui suit, malgré ce biais, les étoiles pour lesquelles aucune planète n'a été détectée sont appelées “étoiles sans planète”.

#### 4.1.1 Surmetallicité des étoiles avec planètes

Une importante différence entre les étoiles sans planètes détectées et les étoiles avec planètes est la surmetallicité relative de ces dernières (Gonzalez 1998; Santos et al. 2000, 2001, 2003). La Figure 4.1 montre la distribution d'étoiles avec planètes et d'étoiles sans planètes connues en fonction de leur métallicité relative. La métallicité moyenne des étoiles centrales de systèmes planétaires est de 0.2 dex et dans 80% des cas elle est positive. Les étoiles ayant des compagnons planétaires avec des masses supérieures à  $10 M_{Jup}$  sont indiquées par un trait vertical.

Il est important de souligner que la métallicité de ces deux échantillons d'étoiles ont été obtenues avec la même méthode. De plus, les étoiles avec planètes n'ont pas été sélectionnées pour leur métallicité mais ont été observées dans le cadre de campagnes d'observations beaucoup plus vastes, ce qui limite le biais statistique.



**FIG. 4.1:** *Gauche* : Distribution d'étoiles centrale de systèmes planétaires (histogrammes hachurés) et d'étoiles sans planètes (histogrammes vides) tirés des échantillons Santos et al. (2001) en fonction de leur métallicité. Les lignes verticales représentent les étoiles dont les compagnons sont des naines brunes présumées. *Droite* : fraction cumulée des deux échantillons. (d'après Santos et al. 2003).

Deux scénarii ont été proposés pour expliquer cet enrichissement en métaux dans les étoiles centrales de systèmes planétaires.

Le premier scénario suppose un gaz protostellaire initialement riche en métaux (Pinsonneault et al. 2001; Santos et al. 2001, 2003). Selon la vision “traditionnelle”, les planètes géantes gazeuses se forment par accréation de gaz sur des planétésimaux d'environ 10 masses terrestres. Ainsi, plus la métallicité est grande (et donc plus il y a de particules de poussières), plus les planétésimaux se développent rapidement et plus grande est la probabilité de former des planètes géantes avant la dissipation du disque. La surmétallicité initiale favorise ici la formation de systèmes planétaires. Dans ce scénario, l'étoile est alors surmétallique du centre jusqu'à la surface.

L'autre suggestion est que la surmétallicité résulte de l'accréation de planètes, planétésimaux, astéroïdes, comètes et gaz à la surface de l'étoile (Murray et al. 2001). Le mélange de matière qui a lieu dans les couches supérieures de l'étoile va alors homogénéiser les abondances, modifiant le rapport entre les éléments lourds apportés par les objets accrétés et l'hydrogène. Contrairement au scénario précédent, la surmétallicité est une conséquence de la formation de planètes. Dans ce cas, la surmétallicité se situe uniquement dans les couches externes de l'étoile : la zone convective plus éventuellement une zone de mélange sous la zone convective.

Plusieurs études ont déjà tenté de différencier ces deux scénarii de différentes façons. Premièrement, la quantité de matière accrétée nécessaire pour obtenir la surmétallicité observée dans les étoiles froides, typiquement une centaine de masses terrestres de métaux, paraît très importante, mais pas totalement exclue. Deuxièmement,

mement, certaines études (Pinsonneault et al. 2001; Santos et al. 2001) montrent que cette quantité de métaux accrétés nécessaire pour obtenir une surmétallicité conforme aux observations dans une étoile froide, devrait conduire à une très forte surmétallicité dans une étoile chaude, qui a une zone convective plus fine. Cette très forte surmétallicité n'est pas observée. Mais cet argument ne prend pas en compte la convection thermohaline due au gradient de  $\mu$  inverse et qui amène les métaux vers des couches plus profondes (Vauclair 2004). D'autres études favorisent l'accrétion (Murray & Chaboyer 2002; Sandquist et al. 2002).

#### 4.1.2 Les mesures d'abondances en lithium dans les étoiles avec planètes

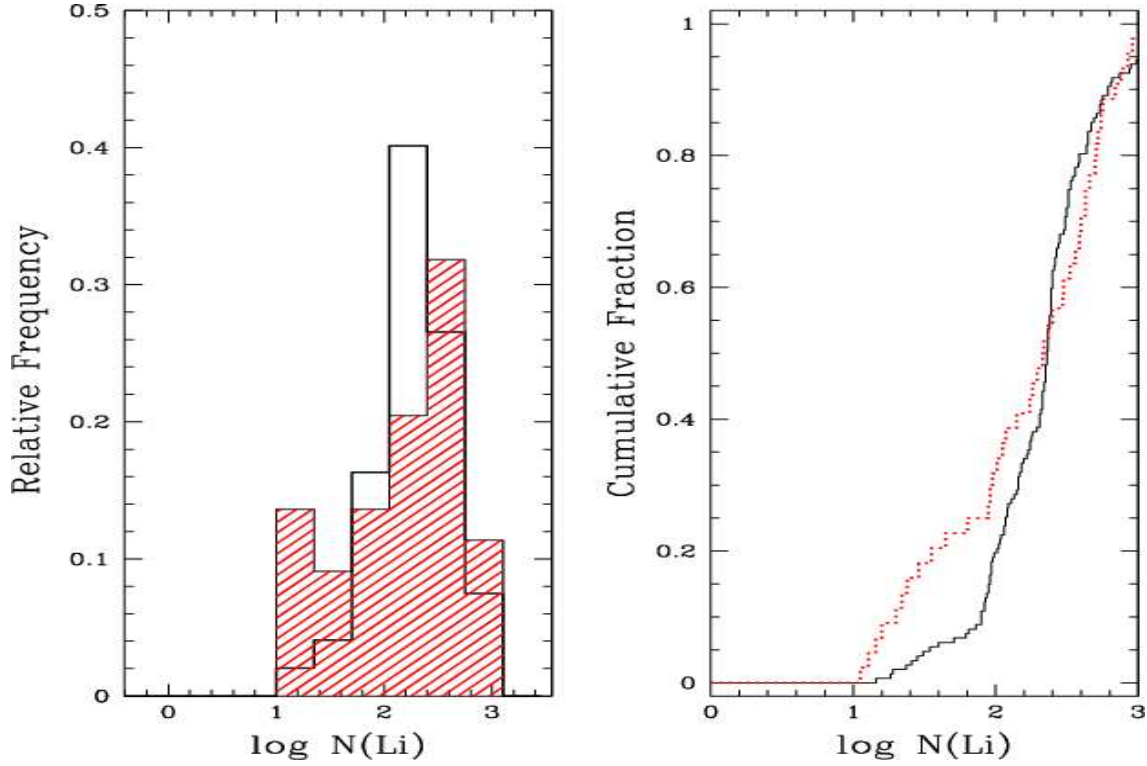
Dans Israelian et al. (2004), les auteurs présentent une comparaison des abondances en lithium d'étoiles avec et sans planètes. Deux échantillons d'étoiles sont comparés : un échantillon comportant 79 hôtes de planètes observées avec le 4.2m WHT/UES (La Palma), le 3.5m TNG/SARG (La Palma), le 1.52m ESO (La Silla) et le 1.2m Swiss/CORALIE (La Silla) et un échantillon de comparaison de 157 étoiles sans planètes détectées tiré de Chen et al. (2001).

Les distributions en lithium dans les échantillons d'étoiles centrales de systèmes planétaires et de comparaison sont représentées sur la Figure 4.2. L'histogramme montre un excès statistique important d'étoiles avec planètes ayant une abondance en lithium  $1.0 < \log\epsilon(\text{Li}) < 1.6$ . Ces étoiles ayant le lithium le plus détruit sont normalement les étoiles les plus froides. Les deux échantillons ayant une répartition en température effective similaire et les détections des abondances en lithium étant de haute qualité, aucun biais n'est suspecté et cet effet est sans doute réel.

La Figure 4.3 montre que les abondances en lithium des étoiles avec planètes avec des températures effectives comprises entre 5850 et 6350 K sont similaires à celles de l'échantillon Chen et al. alors qu'à plus basses températures effectives les étoiles centrales de systèmes planétaires montrent une sous-abondance en lithium par rapport à l'échantillon de comparaison. L'excès d'étoiles avec planètes pauvres en lithium trouvé dans l'histogramme de la Figure 4.2 est concentré dans l'intervalle  $5600 \text{ K} < T_{eff} < 5850 \text{ K}$ .

## 4.2 Les abondances en lithium dans les étoiles avec planètes : modélisation

L'étude qui suit consiste à comparer l'évolution du lithium dans des modèles stellaires à métallicité solaire, surmétalliques et ayant subi de l'accrétion. Le modèle à métallicité solaire sert de modèle de référence, les modèles surmétalliques et ayant subi de l'accrétion simulent les deux scénarii de formation planétaire. Le but est de déterminer quel scénario, et sous quelles conditions, reproduit le mieux les observations d'abondances en lithium de Israelian et al. (2004).

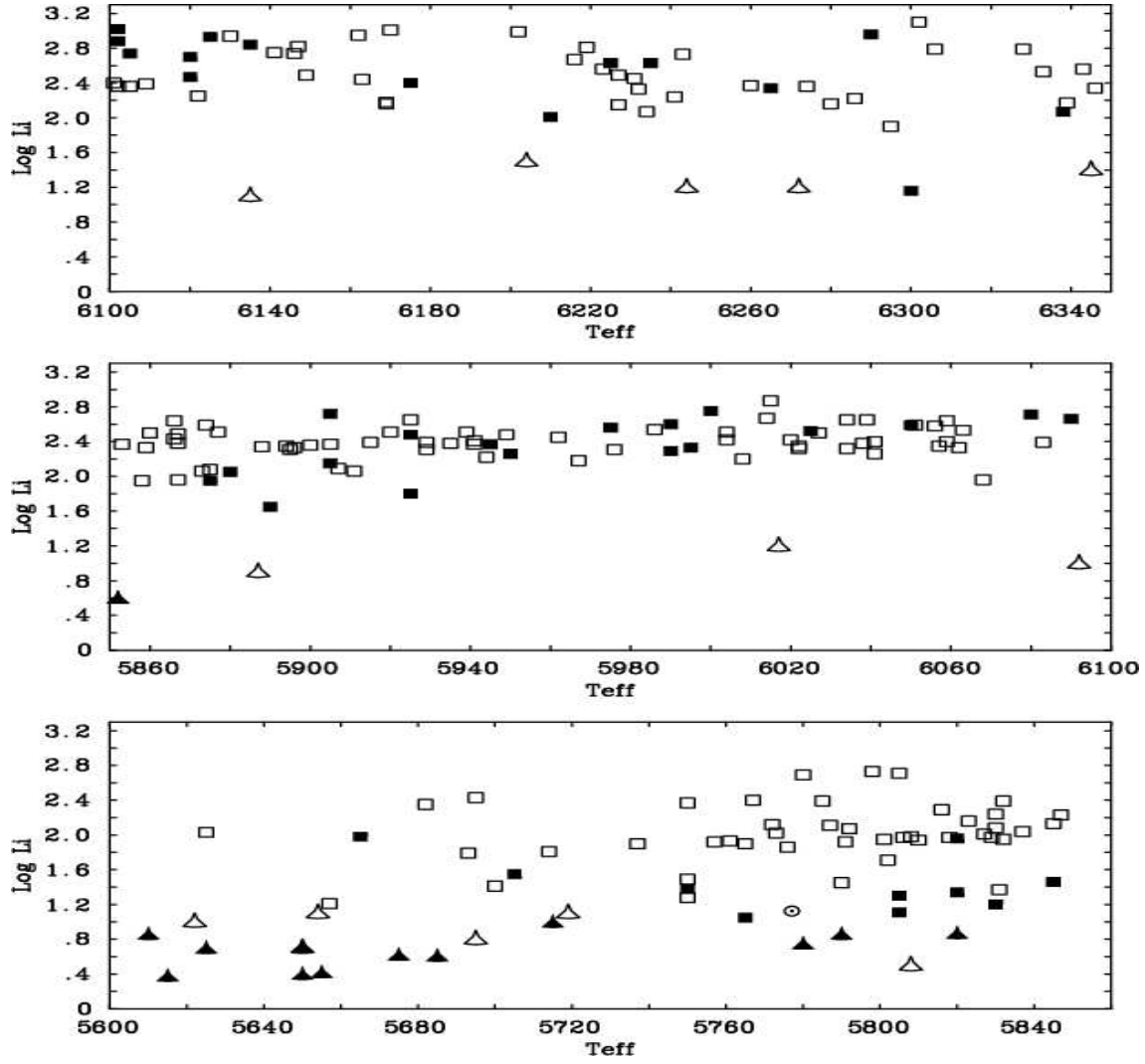


**FIG. 4.2:** Distribution d’étoiles centrales de systèmes planétaires (histogrammes hachurés) et d’étoiles sans planètes (histogrammes vides) tirés de l’échantillon Chen et al. (2001) en fonction de leurs abondances en lithium (d’après Israelian et al. 2004).

### 4.2.1 Etude préliminaire

#### Modèles et calibration

Nous avons tout d’abord calculé les évolutions de trois types de modèles de  $1.00 M_{\odot}$  avec le TGEC : un modèle dit “normal” (avec une métallicité solaire), des modèles surmétalliques (avec une surabondance de métaux du centre à la surface) et des modèles avec accrétion. Tous les modèles incluent la diffusion microscopique et prennent en compte le mélange induit par la rotation incluant les effets de gradients de  $\mu$  décrit dans Richard et al. (1996). Ce mélange prescrit par Zahn (1992) suppose une circulation méridienne se limitant aux courants- $\Omega$  qui induit un transport de moment angulaire. Le processus de mélange est alors stabilisé dans les régions où le poids moléculaire moyen décroît rapidement quand le rayon augmente (typiquement dans le cœur nucléaire) par une coupure à partir d’un gradient de  $\mu$  critique (Mestel 1965; Huppert & Spiegel 1977). Les paramètres de la turbulence sont choisis afin de reproduire la destruction du lithium solaire dans un modèle solaire à l’âge du Soleil, soit un facteur de 140 par rapport à l’abondance initiale. Nous avons calculé trois modèles surmétalliques différents, avec  $[\text{Fe}/\text{H}]_0 = 0.18, 0.24$  et  $0.30$ , et trois modèles avec accrétion, avec la même métallicité que les modèles surmétalliques dans les couches externes et la métallicité solaire à l’intérieur. Ceci correspond à des masses

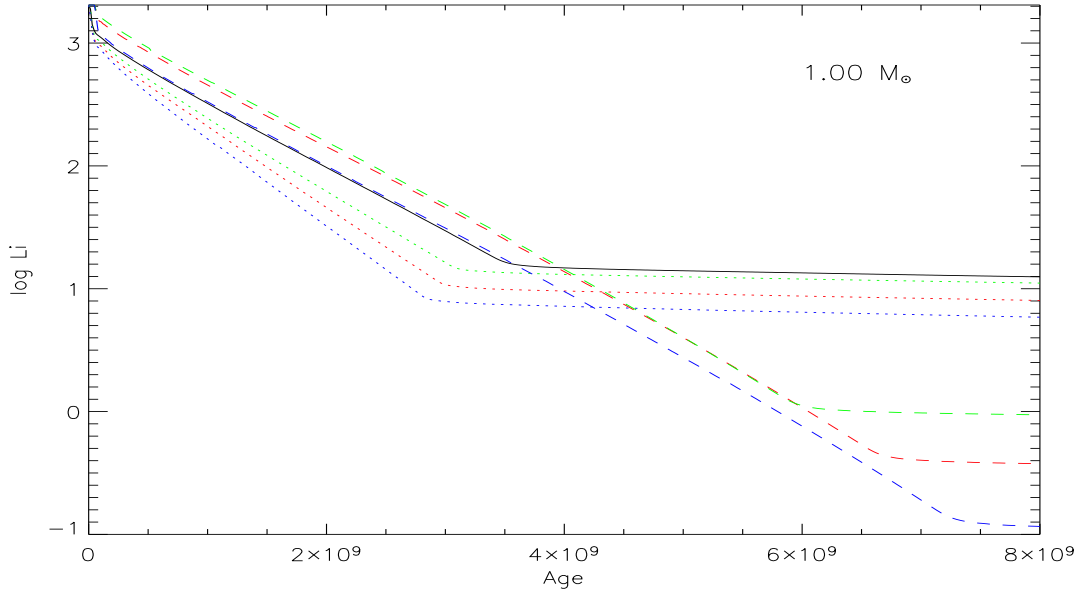


**FIG. 4.3:** Abondances en lithium en fonction de la température effective des étoiles avec planètes (carrés pleins) et de l'échantillon de comparaison Chen et al. (2001) (carrés vides). Les limites supérieures sont représentées par des triangles et la position de Soleil est indiquée (d'après Israelian et al. 2004).

de métaux accrétées de respectivement 1.1, 1.7 et 2.5  $M_{Jup}$ .

## Résultats

La Figure 4.4 présente l'évolution des abondances de surface en lithium pour les modèles calculés. Nous pouvons voir pour chaque modèle deux régimes de décroissance différents. La décroissance rapide correspond à la destruction due à la turbulence induite par la rotation qui amène le lithium du bas de la zone convective jusqu'à une profondeur où le lithium est détruit par réactions nucléaires. Les pentes des variations du lithium avec l'âge changent quand les gradients d'hélium sous la zone convective dus à la diffusion deviennent assez larges pour stabiliser l'essentiel



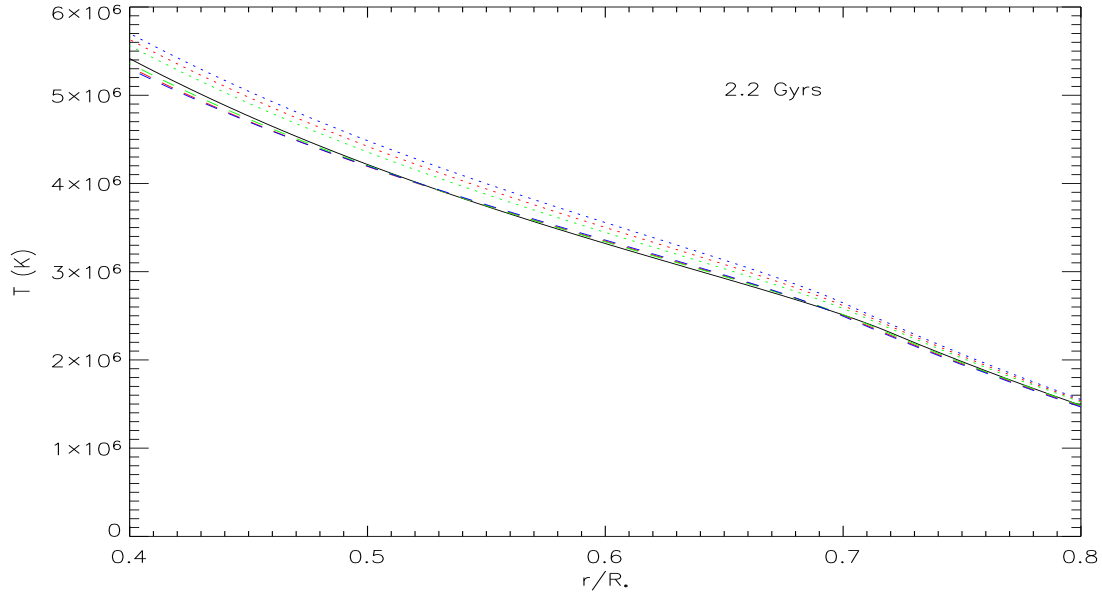
**FIG. 4.4:** Evolution du lithium pour les modèles de  $1.00 M_{\odot}$  calculés avec le mélange prescrit par Richard et al. (1996); trait plein : métallicité solaire; pointillés : modèles surmétalliques (vert :  $[\text{Fe}/\text{H}]_0 = 0.18$ , rouge :  $[\text{Fe}/\text{H}]_0 = 0.24$  et bleu :  $[\text{Fe}/\text{H}]_0 = 0.30$ ); tirets : modèles avec accrétion (vert :  $M_{acc} = 1.1 M_J$ , rouge :  $M_{acc} = 1.7 M_J$  et bleu :  $M_{acc} = 2.5 M_J$ ).

de la zone de mélange.

Dans la Figure 4.5, nous présentons les profils de température dans les différents modèles à 2.2 Gyrs. Nous remarquons que plus le modèle est surmétallique, plus la température à une profondeur donnée est élevée et plus la destruction du lithium est importante. Ces différents profils de température expliquent les différentes pentes pendant la décroissance rapide de l’abondance superficielle en lithium dans les modèles surmétalliques de la Figure 4.4. Dans les autres modèles, les profils de température sont presque les mêmes de telle sorte que l’évolution du lithium de surface est similaire jusqu’à la coupure du gradient de  $\mu$ .

Les profils d’hélium à trois âges différents sont présentés Figure 4.6. Le résultat le plus important ici est que les gradients d’hélium sont clairement plus lisses dans les modèles avec accrétion que dans les autres modèles. Ce phénomène peut être expliqué ainsi : quand la matière pauvre en hydrogène est accrétée dans la zone convective, il se crée un gradient de  $\mu$  inverse (voir Figure 4.7) qui contre partiellement celui dû à l’hélium. Ainsi, la turbulence est plus efficace, réduisant en conséquence le gradient d’hélium : cet effet est ajouté au premier, et ensemble, le processus de mélange amenant le lithium jusqu’aux couches de combustion dure plus longtemps que dans les modèles normal et surmétallique, comme l’indique la Figure 4.4.





**FIG. 4.5:** Profils de température pour les mêmes modèles de  $1.00 M_{\odot}$  que dans la Figure 4.4 à 2.2 Gyrs ; trait plein : métallicité solaire ; pointillés : modèles surmétalliques ; tirets : modèles avec accréation.

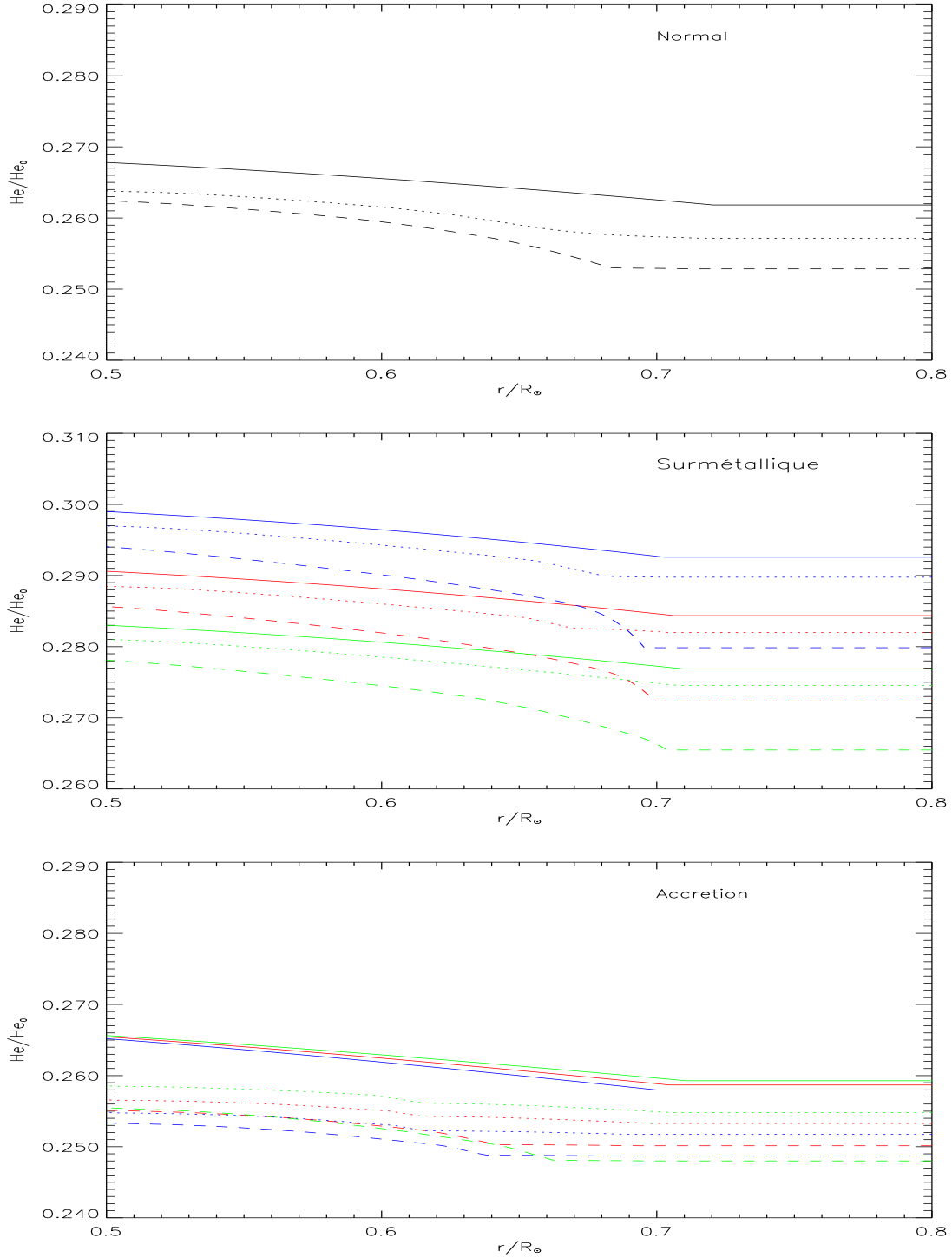
### 4.2.2 Effet des courants- $\mu$

Dans ce contexte, on s'attend à ce que les étoiles dans lesquelles le lithium est détruit par un facteur important, aient subi de l'accréation au début de leur séquence principale. Cependant, cette étude n'est pas complètement satisfaisante. En effet, le mélange utilisé induit un profil de destruction du lithium irréaliste, la coupure dû au gradient de  $\mu$  est trop brusque. Nous avons alors calculé les mêmes modèles que précédemment mais avec le mélange induit par la rotation prescrit par Théado & Vauclair (2003b) et présenté dans le Chapitre 1.

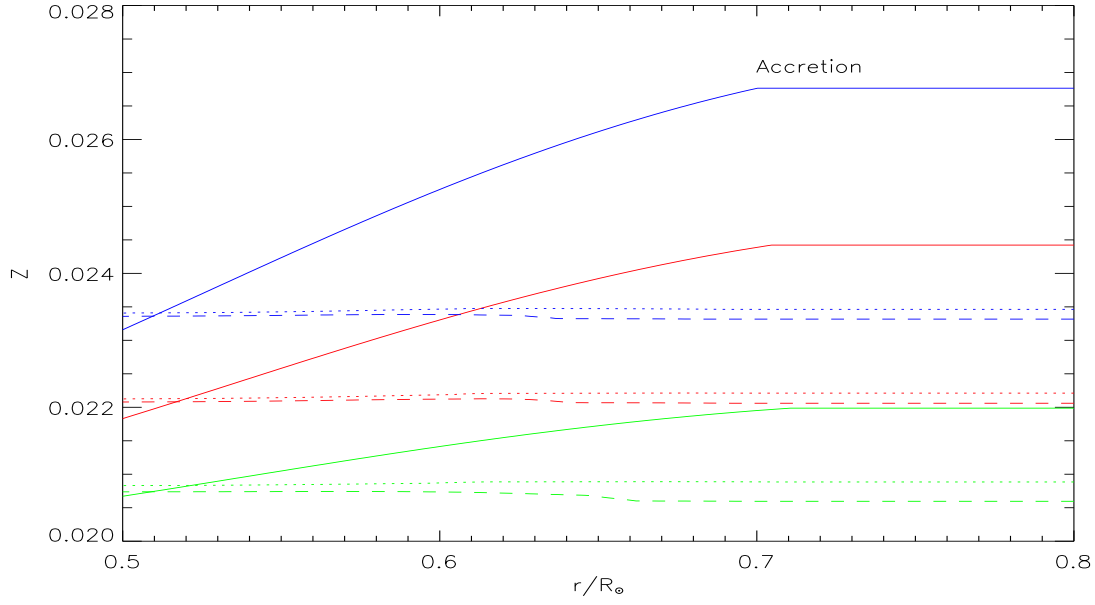
La Figure 4.8 présente la destruction du lithium des modèles de  $1.00 M_{\odot}$  calculés avec le mélange de Théado & Vauclair (2003b). Le profil est beaucoup plus réaliste car la destruction du lithium est continue et l'arrêt du mélange se fait progressivement. Mais on voit que la situation est inversée. Les modèles surmétalliques détruisent plus le lithium et pendant plus longtemps que les modèles normal et avec accréation.

La situation semble donc plus complexe. Le gradient de poids moléculaire  $\mu$  a une influence prépondérante sur la destruction du lithium. Dans le cas du mélange de Richard et al. (1996), il stabilise le mélange rapidement dans le cas surmétallique, empêchant ces modèles de détruire fortement le lithium, alors que dans le cas du mélange de Théado & Vauclair (2003b), la destruction est très forte. Pour les modèles avec accréation, le comportement est similaire entre les deux mélanges.

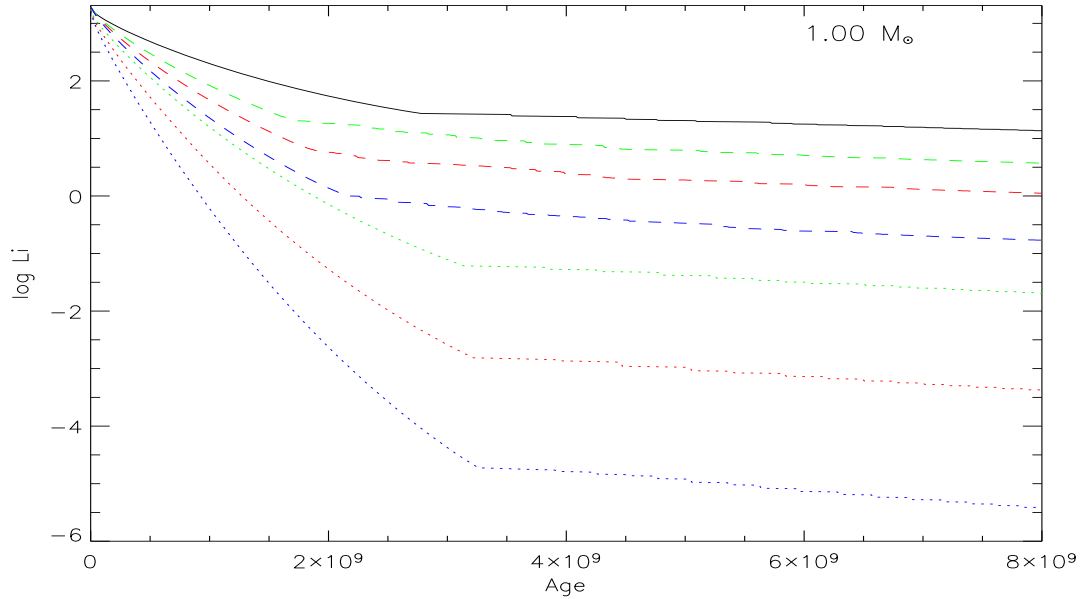
Nous avons ensuite calculé des modèles de différentes masses pour comparer leurs



**FIG. 4.6:** Profils d’hélium pour les mêmes modèles de  $1.00 M_\odot$  que dans la Figure 4.4 à différents âges. *Haut* : métallicité solaire : trait plein : 2.2 Gyrs, pointillés : 3.7 Gyrs, tirets : 4.5 Gyrs; *Milieu* : modèles surmétalliques : traits pleins : 2.2 Gyrs, pointillés : 3.0 Gyrs, tirets : 4.5 Gyrs; *Bas* : modèles avec accretion : traits pleins : 3.6 Gyrs, pointillés : 5.9 Gyrs (vert), 6.6 Gyrs (rouge) et 7.4 Gyrs (bleu), tirets : 7.4 Gyrs (vert et rouge) et 8.1 Gyrs (bleu). Les couleurs correspondent à celles de la Figure 4.4.



**FIG. 4.7:** Profils métalliques pour les mêmes modèles de  $1.00 M_{\odot}$  avec accrétion que dans la Figure 4.4, aux mêmes âges que dans le Figure 4.6.



**FIG. 4.8:** Evolution du lithium pour les modèles de  $1.00 M_{\odot}$  calculés avec le mélange de Théado & Vauclair (2003b); trait plein : métallicité solaire; pointillés : modèles surmétalliques (vert :  $[\text{Fe}/\text{H}]_0 = 0.18$ , rouge :  $[\text{Fe}/\text{H}]_0 = 0.24$  et bleu :  $[\text{Fe}/\text{H}]_0 = 0.30$ ); tirets : modèles avec accrétion (vert :  $M_{acc} = 1.1 M_J$ , rouge :  $M_{acc} = 1.7 M_J$  et bleu :  $M_{acc} = 2.5 M_J$ ).

profils de destruction du lithium et les confronter aux observations. La Figure 4.9 présente l'évolution du lithium en fonction de la température effective pour quatre modèles normaux de 0.97, 1.00, 1.05 et 1.07  $M_{\odot}$  et trois modèles surmétalliques de 1.00, 1.05 et 1.07  $M_{\odot}$  avec  $[\text{Fe}/\text{H}]_0 = 0.24$ , et la Figure 4.10 représente les quatre modèles normaux précédents avec trois modèles avec accrétion de 1.00, 1.05 et 1.07  $M_{\odot}$  avec  $M_{\text{acc}} = 1.7 M_J$ . Dans le domaine des étoiles avec une abondance en lithium  $\log \text{Li}$  inférieure à 1.6 et dont la température effective est comprise entre 5600 et 5850 K, on trouve des étoiles de métallicité solaire et de 0.97 et 1.00  $M_{\odot}$ , des étoiles surmétalliques de 1.05  $M_{\odot}$  et des étoiles avec accrétion de 1.00  $M_{\odot}$ , alors que dans le même intervalle de température mais avec  $\log \text{Li} > 1.6$ , on a des étoiles de métallicité solaire de 1.00  $M_{\odot}$  jeunes et de 1.05 et 1.07  $M_{\odot}$  évoluées, des étoiles surmétalliques de 1.07  $M_{\odot}$  et des étoiles avec accrétion de 1.05 et 1.07  $M_{\odot}$ .

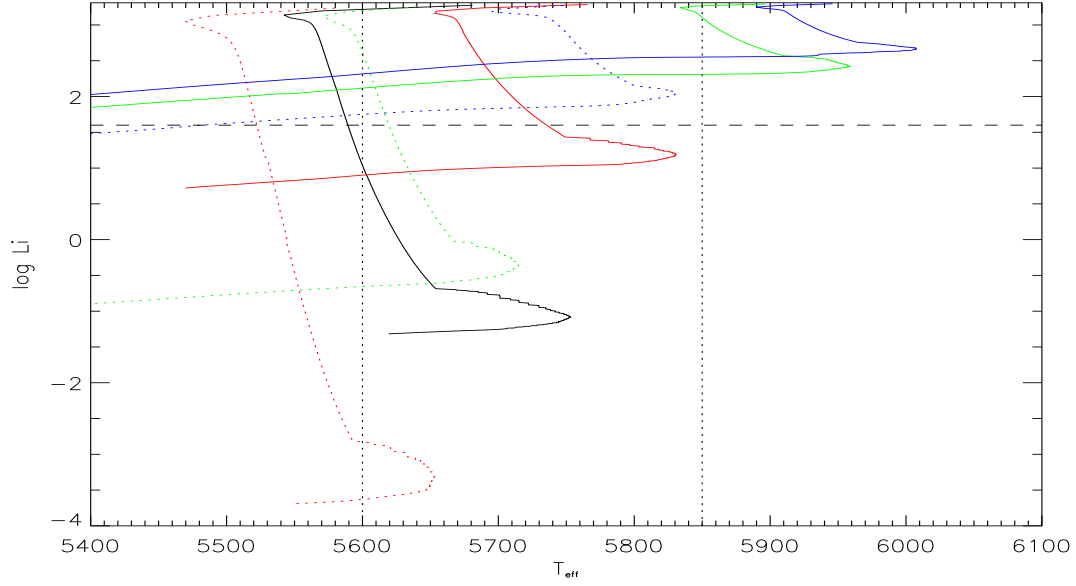
### 4.2.3 Migration des planètes

De récentes observations menées par Israelian (communication privée) tendent à montrer que la forte destruction du lithium dans les étoiles avec planètes dont la température effective est comprise entre 5600 et 5850 K ne résulte pas de la surmétallicité de ces étoiles avec planètes mais de la présence des planètes elles-mêmes. D'après cette nouvelle étude, les étoiles surmétalliques sans planètes ne présentent pas de forte destruction du lithium, contrairement aux étoiles à planètes. Ces nouveaux résultats iraient dans le sens de l'idée, déjà évoquée dans Israelian et al. (2004), que la forte destruction du lithium dans ces étoiles serait associée au mécanisme de migration des planètes au début de l'évolution de l'étoile, quand la rotation de la couche convective superficielle aurait été découplée de celle de l'intérieur. La forte destruction pourrait alors être causée par un mélange important dû au transfert de moment angulaire qui en résulte, créant une instabilité de cisaillement sous la zone convective.

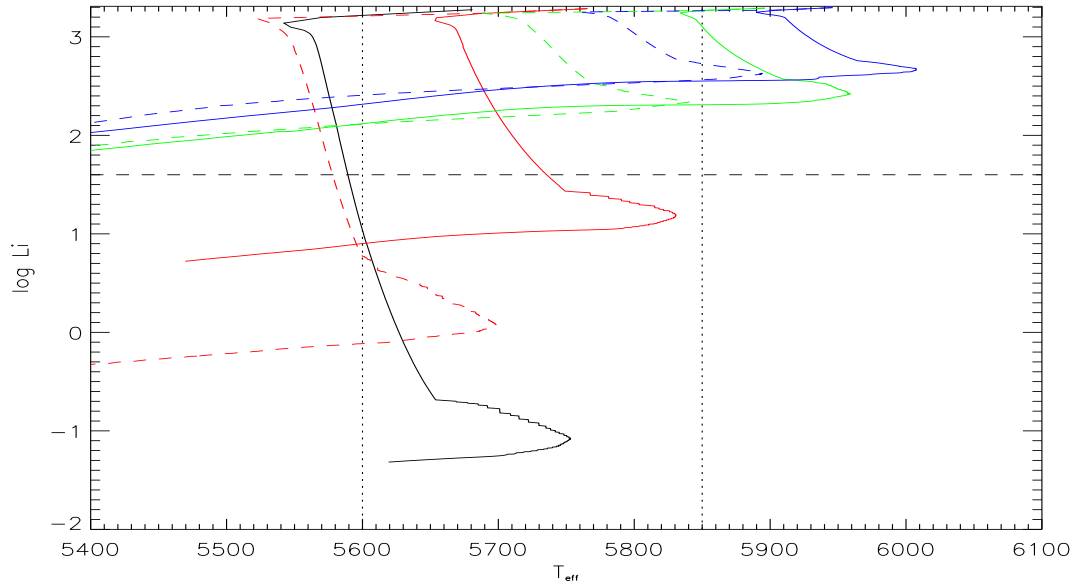
La Figure 4.11 présente le profil de destruction du lithium d'un modèle de 1.02  $M_{\odot}$  dans différents cas. Le premier cas, en ligne point-point-point-tirets, représente une étoile sans planète, de métallicité solaire, avec une vitesse de rotation initiale de  $100 \text{ km.s}^{-1}$  et le mélange décrit par Théado & Vauclair (2003b). Dans la suite nous appellerons ce modèle, “modèle standard”.

Le deuxième cas, en tirets, représente le modèle précédent mais avec une vitesse de rotation initiale de  $300 \text{ km.s}^{-1}$ . Dans le cas d'une rotation de corps solide à l'intérieur de l'étoile, cette augmentation de la vitesse de rotation initiale simule l'effet du transfert de moment angulaire à travers le disque protostellaire lors de la migration de la planète vers l'étoile.

Dans le troisième et quatrième cas, la zone de cisaillement sous la zone convective est traitée comme une tachocline, avec un coefficient de diffusion effectif sous la forme d'une exponentielle décroissante vers l'intérieur et une épaisseur définie (voir Chapitre 1 - Section 1.2.6). Dans le troisième cas, en pointillés, nous introduisons



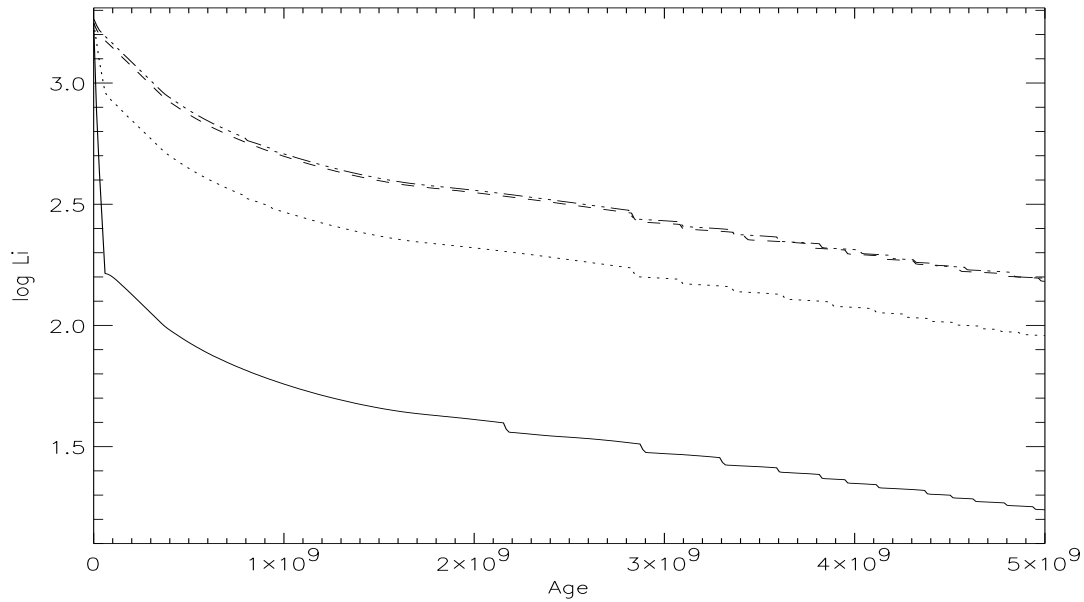
**FIG. 4.9:** Evolution du lithium en fonction de la température effective pour quatre modèles normaux (trait plein) de 0.97 (noir), 1.00 (rouge), 1.05 (vert) et 1.07 (bleu)  $M_{\odot}$  et trois modèles surmétalliques (pointillés) de 1.00 (rouge), 1.05 (vert) et 1.07 (bleu)  $M_{\odot}$  avec  $[Fe/H]_0 = 0.24$ , calculés avec le mélange de Théado & Vauclair (2003b). Les deux traits verticaux représentent le domaine de température effective 5600-5850 K dans lequel les étoiles avec planètes présentent une abondance en lithium  $\log Li$  inférieure à 1.6 (trait horizontal).



**FIG. 4.10:** Evolution du lithium en fonction de la température effective pour les mêmes modèles normaux (trait plein) que dans la Figure 4.9 et trois modèles avec accrétion (tirets) de 1.00 (rouge), 1.05 (vert) et 1.07 (bleu)  $M_{\odot}$  avec  $M_{\text{acc}} = 1.7 M_J$ .

dans le modèle standard cette zone de cisaillement avec une épaisseur de  $9.6 \times 10^9$  cm (au lieu de  $4.8 \times 10^8$  cm pour la tachocline du modèle standard) pendant les premiers 74 Myrs de la séquence principale. Dans le dernier cas, en trait plein, nous multiplions le coefficient de diffusion à la base de la zone convective par 1000 durant les premiers 74 Myrs de la séquence principale (de  $1.25 \times 10^4$  cm<sup>2</sup>.s<sup>-1</sup> à  $1.25 \times 10^7$  cm<sup>2</sup>.s<sup>-1</sup>).

Le problème de la migration planétaire demande un traitement hydrodynamique plus complexe que ce qui est présenté ici mais on voit nettement par ces simulations simples que la forte destruction du lithium peut être le résultat d’une augmentation significative de l’épaisseur de la zone de cisaillement et du coefficient de diffusion sous la zone convective.



**FIG. 4.11:** Evolution du lithium en fonction de l’âge pour un modèle standard de métallicité solaire de  $1.02 M_{\odot}$  avec une vitesse de rotation initiale de  $100 \text{ km.s}^{-1}$  (point-point-point-tirets), un modèle standard avec une vitesse de rotation initiale de  $300 \text{ km.s}^{-1}$  (tirets), un modèle standard avec l’épaisseur de la zone de cisaillement sous la zone convective multipliée par 20 pendant les premiers 74 Myrs de la séquence principale (pointillés) et un modèle standard avec le coefficient de diffusion à la base de la zone convective multiplié par 1000 durant les premiers 74 Myrs de la séquence principale (trait plein). Les modèles sont calculés avec le mélange de Théado & Vauclair (2003b).

Ces dernières observations et l’étude présentée ici nous montrent deux résultats importants. D’une part, il existe un phénomène qui empêche les étoiles surmétalliques sans planètes de détruire fortement leur lithium, alors que les modèles surmétalliques, qui ont une zone convective plus profonde que les modèles de plus faible métallicité, conduisent a priori à une plus grande destruction du lithium dans ces étoiles. L’étude préliminaire du paragraphe 4.2.1 montre que le phénomène qui sta-

bilise le mélange dans ce cas est très probablement le gradient de  $\mu$  provenant de la diffusion de l'hélium. D'autre part, les modèles de la Figure 4.11 montrent que la forte destruction du lithium dans les étoiles froides avec planètes peut provenir d'instabilités de cisaillement sous la zone convective provoquées par la migration des planètes vers leur étoile centrale au début de la séquence principale.





## Chapitre 5

# Les nouvelles abondances dans le Soleil : comparaison de modèles solaires avec les inversions héliosismiques

Les modèles solaires standard incluant la composition solaire en métaux de Grevesse & Noels (1993) (noté GN93) et les mises à jour les plus récentes de la physique interne (nouvelles tables d'opacités, équations d'état de OPAL, diffusion microscopique,...) donnent un très bon accord avec l'héliosismologie. En effet, le profil du carré de la vitesse du son  $c^2$  dérivé de ces modèles solaires standard sont en accord avec les valeurs obtenues par l'héliosismologie à 0.5% près (Christensen-Dalsgaard et al. 1996). Cependant, les récentes analyses d'abondances photosphériques solaires de Asplund et al. (2005) (noté Asp05) révisent à la baisse les compositions en CNO et Ne de plus de 30% par rapport aux déterminations précédentes de GN93. Le  $Z/X$  photosphérique solaire est réduit de 0.0245 à  $0.0165 \pm 10\%$  et  $Z$  de 0.019 à 0.0122. De plus, les nouveaux modèles solaires standards incluant la composition de Asp05 conduisent à un désaccord beaucoup plus grand avec le profil de vitesse du son, la profondeur de la zone convective et l'abondance de surface en hélium déduits de l'héliosismologie.

Un certain nombre de groupes de chercheurs ont explorés différentes approches pour essayer de restaurer l'accord entre les modèles solaires et l'héliosismologie. Bahcall et al. (2005a) ont montré qu'une augmentation de 21% des opacités OPAL sous la zone convective est nécessaire pour réconcilier les nouvelles abondances de Asp05 avec les mesures héliosismologique de la profondeur de la zone convective. Toutefois, les incertitudes dans les tables d'opacité OPAL96 sont estimées de l'ordre de 4%. La vitesse de diffusion sous la zone convective est connue avec beaucoup moins de précision et les incertitudes peuvent atteindre 35% pour Fe et O, les deux contributeurs principaux à l'opacité sous la zone convective (Montalban et al. 2006). L'augmentation du coefficient de diffusion par un facteur entre 1.5 et 2 combiné à une petite augmentation de l'opacité au bas de la zone convective (Montalban et

al. 2004; Basu & Antia 2004) fournit un meilleur accord avec l'héliosismologie pour la profondeur de la zone convective et le profil de  $c^2$ , mais  $Y_S$  diminue sous la valeur déterminée par l'inversion des oscillations solaires. La tentative de Guzik et al. (2005) d'augmenter séparément les coefficients de diffusion pour chaque élément afin de retrouver le mélange de GN93 au bas de la zone convective conduit au même problème. Turck-Chièze et al. (2004) ont montré que les nouvelles mesures de l'oxygène de Asplund et al. (2005) dans le Soleil étaient en accord avec les observations des régions extragalactiques HII, des nuages de Magellan, et autres amas. Ils ont amélioré leurs prévisions de flux de neutrinos en utilisant la nouvelle composition et ils obtiennent un bon accord avec les valeurs détectées. Antia & Basu (2005) et Bahcall et al. (2005b) ont montré qu'une augmentation arbitraire du rapport Ne/O dans leurs modèles permettait un accord avec l'héliosismologie. Parallèlement, Drake & Testa (2005) ont estimé un plus grand rapport Ne/O pour le Soleil que celui utilisé dans Asplund et al. (2005) et cohérent avec les travaux de Antia & Basu (2005) et Bahcall et al. (2005b), en observant plusieurs étoiles froides proches dans le spectre des rayons X. Toutefois, de nouvelles mesures, par l'analyse du spectre des régions solaires actives (Schmelz et al. 2005) et des raies d'émission dans l'extrême ultraviolet des ions NeIV-VI et OIII-V de la couronne solaire (Young 2005), sont en accord avec la valeur du rapport Ne/O des nouvelles abondances.

Nous avons décidé d'étudier une autre approche. Nous avons calculé des modèles solaire avec l'hypothèse qu'une accréation sous-métallique s'est produite dans les premières étapes de la séquence principale. Une idée similaire a aussi été proposée dans Guzik et al. (2005) sans calculer de modèles. Nous supposons que, pendant le processus de formation planétaire, le jeune Soleil était entouré de matière pauvre en métaux alors que ces métaux étaient concentrés dans les planétisimaux, et qu'une importante part de ce nuage pauvre en métaux est tombée dans le Soleil. Nous ne justifions ici cette idée par aucun calcul de processus d'accrétion : notre but est seulement de calculer des modèles solaires "exotiques" qui pourrait réconcilier les nouvelles abondances solaires avec l'héliosismologie. Nous simulons cette accréation sous-métallique afin d'obtenir la composition chimique Asp05 dans la zone convective externe avec une composition supérieure à l'intérieur. De cette façon, nous pouvons atteindre une différence de métallicité entre les couches externes et l'intérieur plus élevée que ce qui est possible d'obtenir uniquement avec des processus de diffusion. Nous avons alors tenté de retrouver dans ces modèles le profil de vitesse du son, la profondeur de la zone convective et l'abondance superficielle en hélium donnés par l'héliosismologie.

Dans la Section 2, nous discutons des nouvelles abondances Asp05 et leur influence sur le profil de vitesse du son. Dans la Section 3, les modèles avec accréation sont présentés. Les effets de l'undershooting sous la zone convective et du mélange induit par la tachocline et par la rotation sont discutés respectivement dans les Sections 4 et 5. Les conclusions sont données dans la Section 6.

## 5.1 Le modèle solaire avec les nouvelles abondances Asp05

Les modèles sont calculés avec le TGEC. Nous utilisons les tables d'équations d'état OPAL2001, les tables d'opacités OPAL96 complétées par les tables d'Alexander & Ferguson (1994) à basses températures et les compilations NACRE des taux de réactions nucléaires avec les routines d'écrantage de Bahcall (voir Chapitre 1, Section 1.4). Le traitement de la convection est basé sur la théorie de la longueur de mélange et les coefficients de diffusion sont calculés comme dans Paquette et al. (1986).

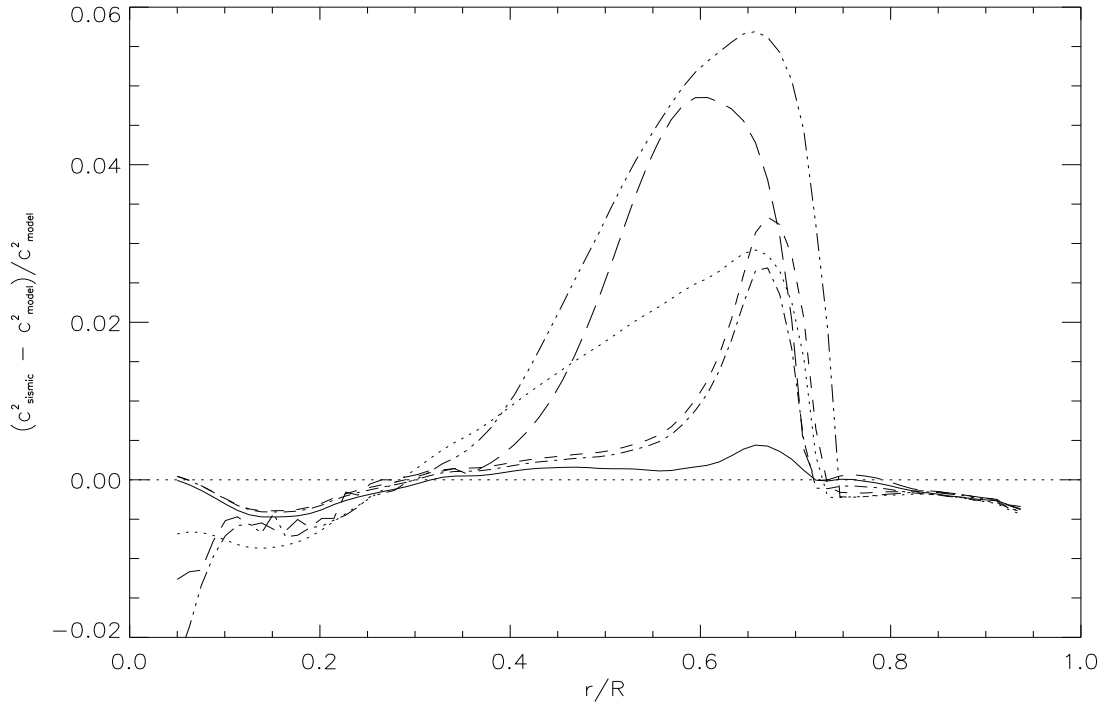
Le modèle S1 est un modèle standard, calculé avec les “vieilles” abondances GN93. Aucun mélange autre que la convection n'a été inclu. La procédure de calibration inclue deux paramètres libres : la fraction de masse initiale d'hélium  $Y_0$  et le paramètre de longueur de mélange  $\alpha$ . Ces deux paramètres sont ajustés afin d'obtenir un modèle avec la luminosité et le rayon solaire à l'âge solaire :  $L_\odot = 3.8515 \pm 0.0055 \times 10^{33} \text{ erg.s}^{-1}$  (Guenther et al. 1992),  $R_\odot = 6.9575 \pm 0.0024 \times 10^{10} \text{ cm}$  (valeur moyenne observée par: Allen 1976; Brown & Christensen-Dalsgaard 1998) et  $t_\odot = 4.6 \text{ Gyrs}$ . Les caractéristiques du modèle S1 sont présentées dans la Table 5.1.

**TAB. 5.1:** Caractéristiques des modèles solaires calculés avec le TGEC.

	Paramètres de calibration		Paramètres externes				Zone convective
	$\alpha$	$Y_0$	$L$ ( $10^{33} \text{ erg.s}^{-1}$ )	$R$ ( $10^{10} \text{ cm}$ )	$Y_S$	$Z/X$	$r_{zc}/R_\odot$
Modèle S1 (GN93)	1.8078	0.2716	3.8515	6.9575	0.240	0.0244	0.713
Modèle S2 (Asp05)	1.6556	0.2562	3.8511	6.9576	0.223	0.0164	0.730
Modèle S3 (GN93 + accr)	1.6338	0.2720	3.8514	6.9586	0.240	0.0165	0.732
Modèle S4 (GN93 +accr +ov)	1.6344	0.2721	3.8519	6.9552	0.243	0.0166	0.712
Modèle S5 (GN93 +accr +mix)	1.5101	0.2691	3.8514	6.9592	0.249	0.0167	0.751
Modèle S6 (GN93 +accr +mix +ov)	1.5495	0.2705	3.8515	6.9593	0.249	0.0165	0.712

Ce modèle est en bon accord avec l'héliosismologie. La comparaison du profil

de vitesse du son de ce modèle avec celui déduit de l'héliosismologie par Basu et al. (1997) est présenté en trait plein sur la Figure 5.1. Richard et al. (2004) ont montré que le pic à  $r/R_\odot = 0.66$  était dû au gradient d'hélium sous la zone convective formé par la diffusion microscopique. Ce pic peut être lissé grâce au mélange induit par la rotation et à une tachocline. Dans ce cas, la différence relative entre notre modèle et l'héliosismologie reste inférieur à 0.5%. La profondeur de la zone convective est aussi cohérente avec l'héliosismologie : on trouve  $r_{zc}/R_\odot = 0.713$  comparé à  $r_{zc}/R_\odot = 0.713 \pm 0.001$  (Basu & Antia 1997). La valeur de l'abondance en hélium dans la zone convective est de 0.240, légèrement plus petit que la valeur obtenue par inversions sismiques, qui est typiquement  $0.249 \pm 0.002$  (Basu & Antia 1997).



**FIG. 5.1:** Comparaison entre le profil de vitesse du son des différents modèles (S1 : trait plein, S2 : pointillés, S3 : tirets, S4 : point-tirets, S5 : trois points-tirets, S6 : tirets longs) et celui déduit de l'héliosismologie

Le modèle S2 a été calculé avec le mélange Asp05. Ces caractéristiques sont présentées dans la Table 5.1 et sa comparaison avec l'héliosismologie dans la Figure 5.1 en ligne pointillée. On peut aisément voir que la différence relative devient beaucoup plus importante que pour le modèle S1 et atteint 3%. Le  $Z/X$  initial est diminué de 33% par rapport au modèle S1 : la nouvelle valeur initiale est 0.0183 au lieu de 0.0272. Plus précisément, les fractions de masse du CNO et du Ne ont diminuées de 36%. L'analyse quantitative de Turcotte et al. (1998) pour le mélange GN93 a montré que les principaux contributeurs à l'opacité radiative sous la zone convective

solaire sont O, Fe, H, Ne et dans une moindre mesure N et C. Ainsi, la réduction de la fraction de masse de métaux et la diminution de l'abondance en O et Ne induit des changements importants dans l'opacité correspondant à la composition chimique Asp05 : l'opacité à la base de la zone convective diminue de 25% par rapport au cas GN93. Comme le gradient de température radiatif  $\nabla_{rad}$  est proportionnel à l'opacité  $\kappa$ , la zone convective est plus fine ( $r_{zc}/R_{\odot} = 0.729$ ) et la différence entre le modèle S2 et l'héliosismologie dans le profil de vitesse du son est plus grand. De plus, l'abondance en hélium dans la zone convective est plus basse que la valeur héliosismique ( $Y_S = 0.223$ ).

## 5.2 Un nouveau modèle sous-métallique

Le problème des nouveaux modèles solaires paraît très difficile à résoudre. Les nouvelles déterminations des abondances solaires, utilisant de nouvelles techniques de modélisation 3D reproduisant parfaitement les raies d'absorption de l'atmosphère solaire sont incompatibles avec les études sismiques du Soleil. D'autre part, l'ancien mélange GN93 donne un très bon accord avec les analyses héliosismiques à moins de 0.5%. Nous avons alors eu l'idée de calculer des modèles avec le mélange GN93 dans l'intérieur, afin d'essayer de garder la cohérence avec l'héliosismologie, mais avec la composition chimique Asp05 dans la zone convective. Cette situation ne peut exister si on considère uniquement la diffusion des éléments, puisque la précision sur les vitesses de diffusion est meilleur que ce qui serait nécessaire pour obtenir les deux différentes abondances (Montalbán et al. 2004, 2006). Pour cette raison, on suppose une accréation de gaz pauvres en métaux dans les premiers temps de la séquence principale du Soleil.

Nous simulons l'accréation par une méthode simplifiée, en multipliant instantanément les abondances des métaux dans la zone convective et en augmentant l'hydrogène et l'hélium en conséquence, dans un de nos premiers modèles de séquence principale (âgé de 74 Myrs). Si  $\tau_Z$  est le facteur (inférieur à un) par lequel les abondances en métaux sont multipliées, les abondances en hydrogène et en hélium sont multipliées par  $\tau_{XY}$ , tel que :

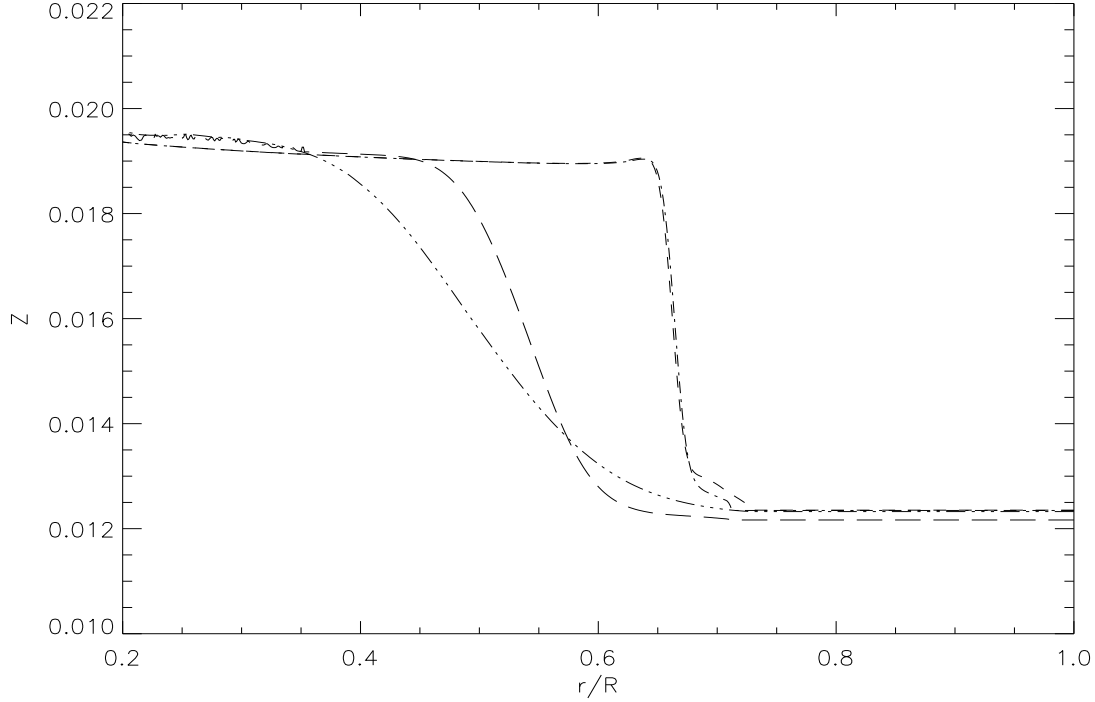
$$\tau_{XY} = \frac{1 - (1 - X - Y) * \tau_Z}{X + Y} \quad (5.1)$$

Dans notre méthode simple, les abondances des métaux sont diminués par le même facteur, de sorte que la composition reste inchangé, alors que le rapport  $(Z/X)_S$  est celui de Asp05.

Le modèle S3, dont les caractéristiques sont dans la Table 5.1, est un modèle avec accréation sous-métallique, avec  $\tau_Z = 0.5$ . La comparaison avec l'héliosismologie est présentée dans la Figure 5.1 en tirets. La différence avec l'héliosismologie dans l'intérieur est meilleur que pour le modèle S2, mais il reste un pic sous la zone convective qui atteint 3.4%. Ce pic peut être dû au fait que la zone convective est trop fine (voir Table 5.1) mais aussi au gradient métallique dû à l'accréation et à

la diffusion sous la zone convective (voir Figure 5.2, ligne tirets). L'abondance en hélium dans la zone convective est encore trop petite.

Deux types d'améliorations sont possibles : introduire une zone d'undershooting sous la zone convective telle que le mélange combiné atteigne la profondeur déduit de l'héliosismologie ( $r_{zc}/R_{\odot} = 0.713$ ) et ajouter un mélange induit par la rotation sous la zone convective afin de lisser le gradient métallique. Dans la suite, nous présentons trois nouveaux modèles, un avec l'undershooting (S4), un avec le mélange induit par la rotation (S5) et un avec les deux processus (S6).



**FIG. 5.2:** Profils métalliques sous la zone convective des modèles S3 (tirets), S4 (point-tirets), S5 (trois points-tirets) et S6 (longs tirets).

### 5.3 L'undershooting convectif

L'introduction d'un undershooting sous la zone convective permet de simuler une zone de mélange descendant jusqu'à la profondeur déduit de l'héliosismologie. Le résultat est obtenu avec un paramètre d'undershooting de  $0.25 H_P$ , où  $H_P$  est l'échelle de hauteur de pression. A cause de l'undershooting, une plus grande valeur du paramètre d'accrétion est nécessaire pour retrouver le mélange Asp05 dans la zone convective à l'âge solaire :  $\tau_Z = 0.58$ . Les caractéristique du modèle résultant S4 sont présentés dans la Table 5.1). On peut voir que le bas de la zone convection-undershooting est la même que dans le modèle S1, c'est-à-dire  $r/R_{\odot} = 0.712$ . La

comparaison de la vitesse du son avec l'héliosismologie est présentée dans la Figure 5.1 en point-tirets et le profil métallique sous la zone convective est présenté dans la Figure 5.2 avec le même style de ligne. L'amplitude du pic sous la zone convective est plus petite que sans l'undershooting mais atteint tout de même 2.8%. L'hélium superficiel est encore trop petit.

## 5.4 Le mélange induit par la rotation

Le mélange sous la zone convective n'était pas introduit dans les modèles précédents. En conséquence, le lithium de surface n'était pas détruit comme cela est observé dans le Soleil. Les observations spectroscopiques comparées aux déterminations d'observations dans les météorites montrent que le lithium solaire a été détruit d'un facteur 160 par rapport à sa valeur initiale (Asplund et al. 2005) et que le beryllium n'a pas été détruit de plus de 0.09 dex (Asplund 2004) : ces caractéristiques doivent être prises en compte dans la cohérence des modèles solaires. Le mélange induit par la rotation peut détruire le lithium jusqu'à la valeur observée mais il lisse aussi le gradient métallique induit par l'accrétion. Nous comparons un modèle S5 (voir Table 5.1) sans undershooting mais avec le mélange induit par la rotation calibré pour avoir la destruction du lithium adéquate à l'âge solaire. Nous utilisons la prescription de Théado & Vauclair (2003b) (voir Chapitre 1, Section 1.2.4).

$C_h$  et  $\alpha_{eff}$  (voir Equations 1.19 et 1.20) sont des paramètres libres utilisés pour la calibration qui déterminent l'efficacité des mouvements turbulents. Nous utilisons les valeurs données par Théado (2002) :  $C_h = 50000$  et  $\alpha_{turb} = 6$ .

Nous incluons aussi dans ces calculs une tachocline calibrée par deux coefficients : le coefficient de diffusion à la base de la zone convective  $D_{bzc}$  et l'épaisseur de la tachocline  $\Delta$  (voir Chapitre 1, Section 1.2.6). Ces paramètres sont ajustés afin de reproduire à l'âge solaire la destruction du lithium observée dans le Soleil :  $D_{bzc} = 8.0 \times 10^5 \text{ cm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$  et  $\Delta = 0.048 \times 10^{10} \text{ cm}$ . Comme le mélange réduit la diffusion des éléments, une accrétion plus importante est nécessaire :  $\tau_Z = 0.37$  introduit pendant sept pas de temps. Le profil de métaux correspondant à l'âge solaire est montré en trois-points-tirets dans la Figure 5.2. La comparaison de la vitesse du son du modèles S5 par rapport à la valeur sismique est présentée dans la Figure 5.1 en trois-points-tirets.

Le profil de vitesse du son présente le pire accord avec l'héliosismologie. Le pic sous la zone convective atteint 5.7% et la différence reste grande très profondément sous la zone convective, jusqu'à  $r/R_\odot = 0.3$ . Ceci est le résultat de l'étalement du gradient métallique dans l'intérieur et aux modifications consécutives de l'opacité. La zone convective est encore trop fine ( $r_{zc}/R_\odot = 0.751$ ) mais l'abondance superficielle en hélium est correcte ( $Y_S = 0.249$ ) ainsi que la destruction du lithium ( $Li/Li_0 = 1/167$ ). Le beryllium est détruit de 0.4 dex, ce qui est trop comparé aux valeurs observées.

Le modèle S6 a été calculé avec à la fois le processus de mélange induit par la rotation et l'undershooting. Les paramètres de mélange et d'accrétion sont changés par rapport aux modèles précédents :  $\tau_Z = 0.48$  introduit pendant trois pas de

temps,  $C_h = 65000$ ,  $\alpha_{turb} = 1$ ,  $D_{bzc} = 2.5 \times 10^5 \text{ cm}^2.\text{s}^{-1}$  et  $\Delta = 0.048 \times 10^{10} \text{ cm}$ . Le profil de vitesse du son comparé à l'héliosismologie est en tirets longs dans la Figure 5.1 et le gradient métallique dans la Figure 5.2 en tirets longs. Le gradient métallique est plus raide dans le modèle S6 que dans le modèle S5 puisque, à cause de l'undershooting, le mélange induit par la rotation qui reproduit la sous-abondance en lithium peut être moins efficace. Ici le beryllium est détruit de seulement 0.12 dex. L'undershooting permet d'avoir la bonne profondeur de zone convective et le mélange la bonne abondance superficielle en hélium ainsi que la destruction du lithium, mais le profil de vitesse du son est encore loin de celui déduit de l'héliosismologie.

## 5.5 Discussion

L'incompatibilité entre les nouvelles abondances photosphériques solaires de Asplund et al. (2005) et l'héliosismologie a déjà été étudié par plusieurs auteurs (Montalban et al. 2004, 2006; Basu & Antia 2004; Guzik et al. 2005). Aucune des solutions essayées n'a donné entière satisfaction. Le meilleur accord est obtenu en multipliant par des facteurs adéquats l'opacité sous la zone convective et les taux de diffusion (Montalban et al. 2006). Mais les changements requis sont plus grands que les incertitudes estimées et les modèles ont encore des abondances de surface en hélium trop petites. Nous avons ici calculé des modèles solaires avec la composition chimique GN93 dans l'intérieur solaire et les abondances Asp05 dans la zone convective externe. Ces modèles peuvent être justifiés par l'accrétion de gaz pauvres en métaux dans les premières étapes de la séquence principale.

Le modèle dans lequel cette accrétion est introduit présente un meilleur accord avec l'héliosismologie que le modèle avec les abondances Asp05 dans toute l'étoile, mais il existe encore un pic sous la zone convective dans la vitesse du son et la profondeur de la zone convective ainsi que l'abondance de surface en hélium sont incorrects. L'introduction de l'undershooting sous la zone convective permet de parvenir à une zone de mélange aussi profonde que celle déduite de l'héliosismologie. L'ajout du mélange induit par la rotation permet d'obtenir la bonne abondance en hélium dans la zone convective ainsi que la bonne destruction du lithium. Mais, alors que l'introduction de l'undershooting ne change pas vraiment le profil de vitesse du son, le lissage et l'étalement par le mélange du gradient métallique augmente sensiblement la différence avec le profil de vitesse du son déduit de l'héliosismologie profondément dans l'intérieur. Nous avons fait de notre mieux pour réconcilier les nouvelles abondances solaires avec l'héliosismologie, mais les résultats ne sont pas encourageants : il ne semble pas possible pour l'instant d'obtenir un modèle solaire en bon accord avec les inversions sismiques, contrairement aux modèles calculés avec les anciennes abondances.



# Conclusion

Le travail présenté dans cette thèse s'intéresse à plusieurs aspects de la physique stellaire et tente d'en établir de nouveaux liens. Les éléments chimiques y prennent une place prépondérante et s'imposent comme fil conducteur. L'astérosismologie est un outil puissant utilisé d'une part pour détecter des phénomènes de transport à l'intérieur des étoiles et d'autre part comme contrainte sur les modèles solaires.

Sous l'effet de la diffusion microscopique, l'hélium tombe et crée un gradient de concentration à la base de la zone convective. Cela peut avoir d'importantes conséquences sur la vitesse de propagation des ondes sonores, qui subissent des réflexions partielles sur les discontinuités chimiques. Nous avons alors étudié la signature de la diffusion de l'hélium dans les étoiles de type F tardives. Nos modèles stellaires montrent que cette diffusion provoque des changements dans les fréquences d'oscillation, visibles dans la transformée de Fourier des secondes différences, pour les étoiles de masse supérieure à  $1.2 M_{\odot}$ , et qui deviennent de plus en plus importantes au cours de l'évolution.

L'étude des abondances en lithium dans les étoiles avec planètes de Israelian et al. (2004) a fait apparaître une sous-abondance dans les étoiles de température effective comprise entre 5600 et 5850 K par rapport aux étoiles avec planètes plus chaudes et aux étoiles sans planètes détectées. Nous avons alors tenté d'utiliser cette particularité comme test des scénarii de formation planétaire. Deux scénarii sont proposés, supposant dans un cas une surmétallicité originelle du centre à la surface, et dans l'autre une surmétallicité superficielle provenant de l'accrétion de corps lourd au début de la séquence principale. Nous avons calculé les évolutions de modèles avec des structures métalliques différentes et dont la température effective pendant la séquence principale appartient à cet intervalle. Les résultats avec un mélange simple, prescrit par Zahn (1992) avec une coupure au-delà d'un gradient de  $\mu$  critique, montrent que les modèles avec accrétion ont un lithium superficiel beaucoup plus détruit que les modèles surmétalliques. Ces derniers ne présentent pas de destruction importante du lithium par rapport aux modèles de métallicité solaire. Au contraire, les modèles avec un mélange plus compliqué, faisant intervenir les courants- $\mu$ , donnent des résultats inverses.

De nouvelles observations de Israelian (communication privée) montrent que les étoiles surmétalliques sans planète ne présentent pas de forte destruction du lithium contrairement aux étoiles surmétalliques avec planètes. Ces nouvelles données font penser que l'origine de la forte destruction du lithium est dans la présence des pla-

nètes elles-mêmes. Nos résultats montrent d'une part que le gradient de  $\mu$  a un effet stabilisateur sur le mélange sous la zone convective dans les étoiles surmétalliques qui empêche une forte destruction du lithium, et d'autre part que la migration des planètes vers leur étoile centrale provoque des instabilités dans une zone de cisaillement sous la zone convective qui sont probablement à l'origine de la destruction du lithium.

Dans le cas du Soleil, les nouvelles abondances de Asplund et al. (2005) posent un problème d'importance dans la mesure où les modèles solaires les utilisant ne sont plus en accord avec l'héliosismologie. Nous avons calculé des modèles solaires qui présentent les anciennes abondances Grevesse & Noels (1993) à l'intérieur et la composition chimique de Asplund et al. (2005) dans la zone convective. Ce résultat est obtenu en supposant une accréation sous-métallique au début de la séquence principale. Nous avons alors comparé le profil de vitesse du son des modèles avec celui déduit de l'héliosismologie par Basu (1997). Le modèle avec accréation mais sans aucun processus de mélange à l'intérieur est en meilleur accord avec l'héliosismologie que le modèle solaire avec les nouvelles abondances dans toute l'étoile. Il reste tout de même une différence importante sous la zone convective qui atteint 3.4%. De plus, la profondeur de la zone convective et l'abondance superficielle en hélium sont trop basses par rapport aux données déduites de l'héliosismologie. L'introduction d'undershooting sous la zone convective permet d'obtenir le bon rayon de la zone convective et l'ajout d'un mélange induit par la rotation et d'une tachocline permet de retrouver l'abondance de surface en hélium. Mais dans tous les cas l'accord du profil de vitesse du son avec les déductions de l'héliosismologie est moins bon que ce qui est obtenu avec les anciennes abondances.

Ces résultats s'inscrivent dans des thèmes porteurs de la physique stellaire actuelle. La polémique créée par la publication des nouvelles abondances solaires et leur inadéquation avec l'héliosismologie montre à quel point nos connaissances des objets stellaires, et même du Soleil si proche de nous, paraissent encore aujourd'hui très minces. Le satellite COROT, qui doit être lancé fin Décembre 2006, doit nous apporter de nombreuses informations sur la sismologie des étoiles et les systèmes planétaires, alors que les instruments de La Silla, du VLT et de La Palma scrutent déjà le ciel à la recherche de nouvelles données sur la structure interne des étoiles. L'objet de cette thèse entre dans ces problématiques et apporte une petite pierre à l'immense édifice qu'est notre connaissance de l'Univers.

# Annexes



# Annexe A

## Publication 1

### Lithium abundances in exoplanet host stars as test of planetary formation scenarii

M. Castro, O. Richard et S. Vauclair

2005, paru dans les actes de colloques *From Lithium to Uranium : Elemental Tracers of Early Cosmic Evolution*, IAU Symp. 228 (23-27 Mai 2005, Paris, France), ed. V. Hill, P. François, F. Primas. Cambridge : Cambridge University Press, pp.85-86 ; et *Element Stratification in Stars : 40 Years of Atomic Diffusion*, EAS Publications Series, 17, pp. 297-300

*Element Stratification in Stars, 40 years of Atomic Diffusion*  
*G. Alecian, O. Richard and S. Vauclair (eds)*  
*EAS Publications Series, Vol. 2, 2006*

arXiv:astro-ph/0510615 v1 20 Oct 2005

## LITHIUM ABUNDANCES IN EXOPLANET HOST STARS AS TEST OF PLANETARY FORMATION SCENARI

M. Castro<sup>1</sup>, O. Richard<sup>2</sup> and S. Vauclair<sup>1</sup>

**Abstract.** Following the observations of Israelian *et al.* (2004), we compare different evolutionary models in order to study the lithium destruction processes and the planetary formation scenarii.

### 1 Introduction

The observations of Israelian *et al.* (2004) show evidences that the lithium abundances are different in planet host stars than in stars without planets. Planet host stars also show a relative overmetallicity, compared to stars without planet, which could be explained by two different planetary formation scenarii. We have computed two different types of evolutionary models which modelise the two scenarii. The effect of these two hypotheses on the evolution of the surface lithium abundance is presented.

### 2 Metallic peculiarity of planet host stars

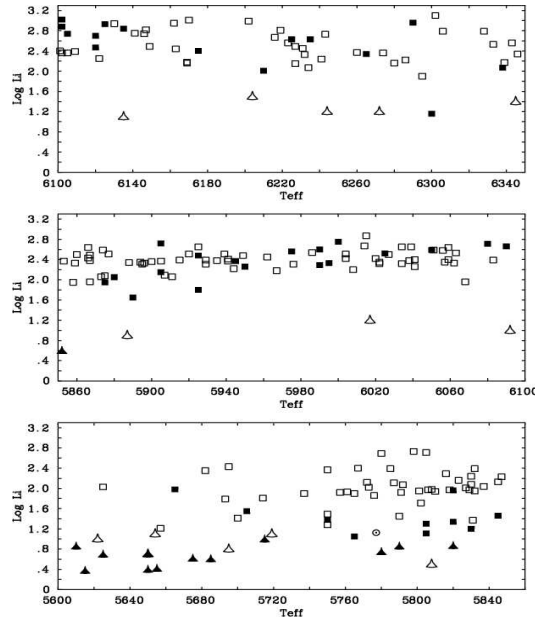
Planet host stars are in average overmetallic by 0.2 dex compared to stars without detected planets (Santos *et al.* (2001)). This peculiarity could be explained in two different ways. The first scenario assumes that the protostellar cloud was overmetallic and that such an overmetallicity favours planetary formation : in this case the star should be overmetallic from the centre to the surface. The second scenario assumes that the protostellar clouds had the same metallicity, and that the surface metallicity excess is due to the accretion of metal-rich matter during the process of planetary formation.

In Israelian *et al.* (2004), the authors compare two samples : the first one includes 79 planet host stars, and the second one, due to Chen *et al.* (2001), includes 183 stars without detected planets. They point out that planet host stars which

---

<sup>1</sup> Laboratoire d'Astrophysique de Toulouse et Tarbes

<sup>2</sup> Groupe de Recherche en Astronomie et Astrophysique du Languedoc

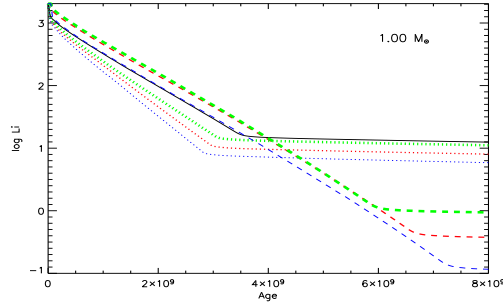


**Fig. 1.** Lithium versus effective temperature for stars with planets (filled squares) and the comparison sample of Chen *et al.* (empty squares). Upper limits are filled (planet hosts) and empty (comparison sample) triangles. The position of the Sun is indicated. (Israelian *et al.* (2004))

have an effective temperature between 5600 and 5850 K, show an underabundance of lithium compared to stars without planets (see Figure 1).

### 3 Models and calibration

We compute the evolution of three types of models with the Toulouse-Geneva evolution code: normal models (with a solar metallicity), overmetallic models (three different models, with  $[Fe/H]_0 = 0.18, 0.24$  and  $0.30$  from the centre to the surface), and accretion models (three different models with the same metallicity as the overmetallic ones in their outer layers, i.e. accreted mass of metals of respectively  $M_{acc} = 1.1, 1.7$  and  $2.5 M_J$ ), for different masses ( $0.95, 0.97, 1.00$  and  $1.02 M_\odot$ ). All the models include microscopic diffusion, and take into account the rotation-induced turbulence including the effect of  $\mu$ -gradients as in Richard *et al.* (1996).



**Fig. 2.** Lithium evolution for models of  $1.00 M_{\odot}$ ; solid line : normal metallicity ; dotted lines : overmetallic models ( $[Fe/H]_0 = 0.18$  (thick green) ,  $0.24$  (red) and  $0.30$  (thin blue)) ; dashed lines : accretion models ( $M_{acc} = 1.1$  (thick green),  $1.7$  (red) and  $2.5$  (thin blue)  $M_J$ ).

#### 4 Results and comments

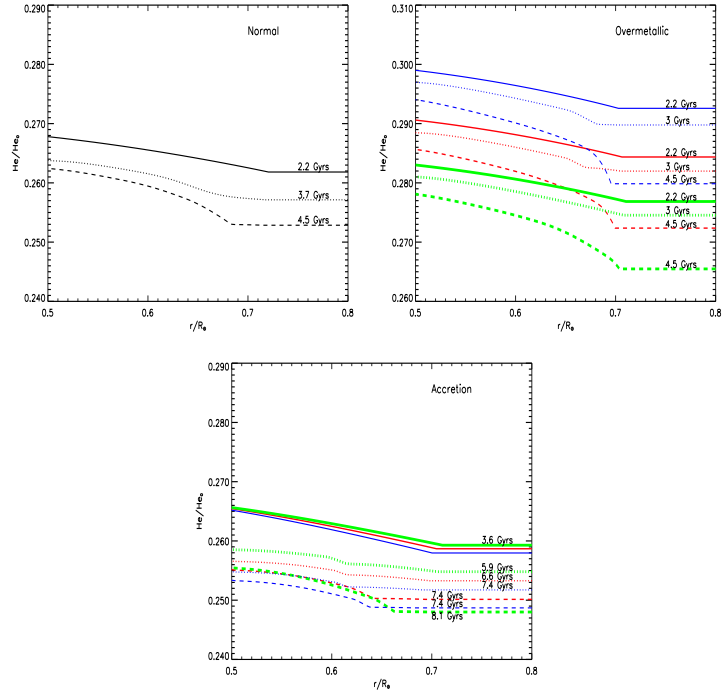
The evolution of the surface lithium abundances, presented in Figure 2 for different models of  $1.00 M_{\odot}$ , has two different regimes: a fast decrease due to the rotation-induced turbulence which brings the lithium from the bottom of the convective zone down to the depth where it is burned by nuclear reactions, and a weak decrease when the diffusion-induced helium gradients below the convective zones become large enough to stabilize most of the mixing region. The different slopes during the fast decrease of the surface lithium in the overmetallic models in Figure 2 is explained by the temperature profiles: the higher the temperature at a given depth and the stronger the lithium destruction. In the other models, the temperature profiles are almost the same so that the evolution of the surface lithium is similar until the  $\mu$ -gradient takes over.

The helium gradients (Figure 3) are smoother in the accretion models than in the two other cases. Indeed, the creation of an inverse  $\mu$ -gradient partly contradicts the one due to helium. As a result, turbulence is more efficient and consequently reduces the helium gradient itself : this effect is added to the first one, and, altogether, the mixing process down to the lithium burning layer lasts much longer than in the normal or overmetallic cases.

#### 5 Conclusion

Following the observations of Israelian *et al.* (2004), we have modelised several models of solar-type stars in order, on the one hand to study the lithium destruction mechanisms in these stars, and on the other hand to bring elements of discrimination between the two planetary formation scenarii. We show that overmetallic models have a thicker surface convective zone and so destroy strongly their





**Fig. 3.** Helium profiles for the same models as in Figure 2 at different ages indicated

lithium, but in a short time. The accretion models destroy more slowly lithium, but during a longer time. The continuation of this work is, on the one hand to improve the treatment of the mixing, which is too simplistic, and on the other hand to compute models for hotter stars which do not present the lithium anomaly.

## References

- Chen et al. 2001, *A&A* 371, 943  
 Israelian, G.; Santos, N. C.; Mayor, M.; Rebolo, R. 2004, *A&A* 414, 801  
 Richard, O.; Vauclair, S.; Charbonnel, C.; Dziembowski, W. A. 1996, *A&A* 312, 1000  
 Santos, N. C.; Israelian, G.; Mayor, M. 2001 *A&A* 373, 1019S



Annexe B

Publication 2

Asteroseismic signature of helium  
gradient in late F-type stars

M. Castro & S. Vauclair

2006, A&A, 456, 611-616

A&A 456, 611–616 (2006)  
 DOI: 10.1051/0004-6361:20064821  
 © ESO 2006

**Astronomy  
&  
Astrophysics**

## Asteroseismic signatures of helium gradients in late F-type stars<sup>★</sup>

M. Castro and S. Vauclair

Laboratoire d'Astrophysique de Toulouse et Tarbes - UMR 5572 - Université Paul Sabatier Toulouse III - CNRS,  
 14 Av. E. Belin, 31400 Toulouse, France  
 e-mail: mcastro@ast.obs-mip.fr

Received 6 January 2006 / Accepted 3 May 2006

### ABSTRACT

**Context.** Element diffusion is expected to occur in all kinds of stars: according to the relative effect of gravitation and radiative acceleration, they can fall or be pushed up in the atmospheres. Helium sinks in all cases, thereby creating a gradient at the bottom of the convective zones. This can have important consequences for the sound velocity, as has been proved in the sun with helioseismology.

**Aims.** We investigate signatures of helium diffusion in late F-type stars by asteroseismology.

**Methods.** Stellar models were computed with different physical inputs and iterated in order to fit close-by evolutionary tracks for each mass. The theoretical oscillation frequencies were computed and compared for pairs of models along the tracks. Various asteroseismic tests (large separations, small separations, second differences) were used and studied for the comparisons.

**Results.** The results show that element diffusion leads to changes in the frequencies for masses larger than  $1.2 M_{\odot}$ . In particular the helium gradient below the convective zone should be detectable through the second differences.

**Key words.** diffusion – stars: oscillations – stars: interiors

### 1. Introduction

Among the different physical processes that occur in stellar interiors, element diffusion plays an important role. Under the opposing effects of gravitation and thermal settling on the one hand, and radiative acceleration on the other hand, the various elements undergo relative separation. This process, which was described by Michaud (1970) to account for the abundance anomalies observed in chemically peculiar A stars, is now recognized to occur in all kinds of stars.

Vauclair & Théado (2004) described in terms of the so-called “second differences” an asteroseismic signature of helium diffusion in main-sequence A stars ( $1.6 M_{\odot}$  and  $2.0 M_{\odot}$ ). Théado et al. (2005) presented a first discussion of asteroseismic signatures of diffusion in stars between  $1.1$  and  $1.3 M_{\odot}$ . In the present paper we show evidence of differences in the internal structure of stars between  $1.1$  and  $1.45 M_{\odot}$  due to element diffusion. We compute evolutionary tracks of stellar models with similar external parameters (luminosities, effective temperatures and chemical compositions), with or without helium diffusion. We then study asteroseismic tests, particularly the signatures of helium gradients below the outer convective zones.

In Sect. 2, we present the model computations and calibrations. The asteroseismic tests of internal structure between models with and without diffusion are discussed in Sect. 3. The helium gradients and their consequences for the second differences are studied in Sect. 4. Section 5 gives the discussion and conclusion.

### 2. Calibration and characteristics of the models

We computed models with the Toulouse-Geneva Evolutionary Code (TGECE) (Richard et al. 1996), for masses from  $1.1$  to

$1.45 M_{\odot}$ , respectively noted M 1.1 to M 1.45 (see Table 2). The physical inputs and parameters are:

- equation of state: MHD (Däppen 1992);
- opacities: OPAL (Iglesias & Rogers 1996) completed by the Alexander & Ferguson (1994) low temperature opacities;
- nuclear reaction rates: NACRE compilation of nuclear reaction rates (Angulo et al. 1999) with the Bahcall screening routine;
- convection treatment: mixing-length theory (Böhm-Vitense 1958);
- diffusion: diffusion coefficients computed as in Paquette et al. (1986).

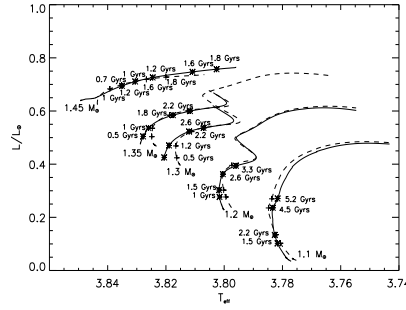
For a given stellar mass, we computed two series of models: with and without element diffusion. No mixing process or mass loss is taken into account. The series were calibrated to obtain evolutionary tracks very close in the HR diagram, such that, for the same luminosity, their temperature differences are never larger than 60 K. This calibration is achieved by adjusting two free parameters of the stellar evolution code: the initial helium abundance  $Y_0$  and the mixing length parameter  $\alpha$ . We used for all the homogeneous models the same values of the free parameters  $\alpha$  and  $Y_0$ . For each mass, models including diffusion are then calibrated to have evolutionary tracks very close to the homogeneous ones. The calibration parameters are presented in Table 1.

Figure 1 displays the computed evolutionary tracks. For each mass the tracks obtained with and without diffusion lie very close to each other. Furthermore, up to  $1.35 M_{\odot}$  the age evolution is similar in the two cases, so that models with the same age lie close together in the HR diagram. Regarding the uncertainties, we can consider that these models are observationally identical, i.e. with the same effective temperatures, luminosities and chemical compositions. This is no longer the case for larger masses: along track M 1.45, of  $1.45 M_{\odot}$ , the ages for models with diffusion are quite different to those without diffusion. Indeed, for masses greater than  $1.3 M_{\odot}$ , more than half of the energy

<sup>★</sup> Appendix is only available in electronic form at  
<http://www.edpsciences.org>

**Table 1.** Calibration parameters of the models;  $\alpha$ : mixing length parameter;  $Y_0$ : initial helium abundance.

Models	Mass ( $M_\odot$ )	$\alpha$	$Y_0$
M 1.1-hom	1.1	1.75	0.268
M 1.1-dif	1.1	1.84	0.267
M 1.2-hom	1.2	1.75	0.268
M 1.2-dif	1.2	1.88	0.268
M 1.3-hom	1.3	1.75	0.268
M 1.3-dif	1.3	1.99	0.268
M 1.35-hom	1.35	1.75	0.268
M 1.35-dif	1.35	1.99	0.268
M 1.45-hom	1.45	1.75	0.268
M 1.45-dif	1.45	1.88	0.278



**Fig. 1.** Evolutionary tracks of the 1.1 to 1.45  $M_\odot$  models. Dashed lines: homogeneous models, solid lines: models including microscopic diffusion.

production is dominated by the CNO cycle, which is more sensitive to the central temperature than the pp chains. Since models with diffusion have a larger initial helium fraction than models without diffusion, the former are more evolved for the same age.

Table 2 gives the characteristics of the models with and without diffusion for each mass and different ages. The calibrated models do not have strictly identical values of the surface parameters but they are very close, except for the case M 1.45 for which models with similar parameters have different ages.

### 3. Tests of internal structure

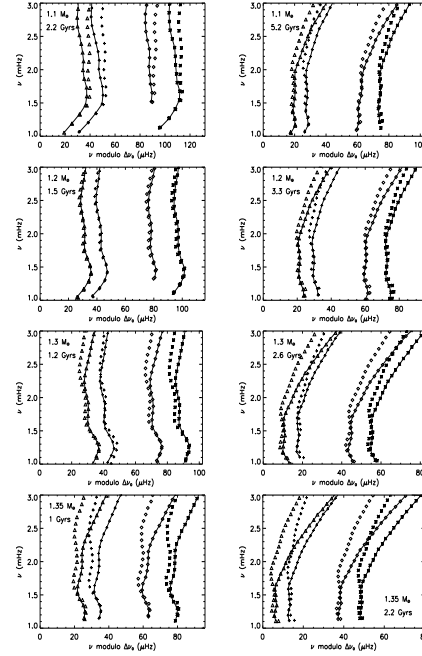
The oscillation frequencies of our models have been computed with an updated version of the adiabatic code PULSE described in Brassard et al. (1992), for values of the azimuthal degree  $l$  between 0 and 3 and different values of the radial order  $n$ . We then studied in detail different combinations of these frequencies which could lead to observational tests of the internal structure and chemical composition of the stars.

The “large separations” represent the frequency differences between two modes of the same degree  $l$  and successive radial orders  $n$ :

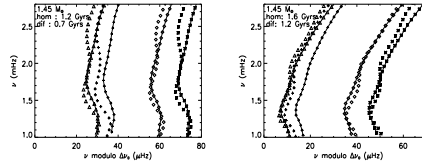
$$\Delta\nu_{n,l} = \nu_{n,l} - \nu_{n-1,l}. \quad (1)$$

For p-modes in the asymptotic theory ( $n \gg l$ ), the large separations are nearly constant. The so-called “echelle diagrams” present the frequencies in ordinates, and the same frequencies modulo the average large separation in abscissae. The asymptotic theory predicts a vertical line for each degree.

The differences between the lines  $l = 0$  and  $l = 2$  on the one hand,  $l = 1$  and  $l = 3$  on the other hand, for each case, are the



**Fig. 2.** Echelle diagram for models M 1.1 to M 1.35 at different ages. Crosses:  $l = 0$ , stars:  $l = 1$ , triangles:  $l = 2$ , diamonds:  $l = 3$ . The points connected by lines are for models with diffusion.



**Fig. 3.** Echelle diagram for models M 1.45 at 1.2 Gyr (with diffusion) and 1.6 Gyr (without diffusion) on the left, and at 0.7 Gyr (with diffusion) and 1.2 Gyr (without diffusion) on the right. Crosses:  $l = 0$ , stars:  $l = 1$ , triangles:  $l = 2$ , diamonds:  $l = 3$ . The points connected by lines are for models with diffusion.

so-called “small separations”, which we normalize as suggested by Roxburgh & Vorontsov (2001):

$$D\nu_{l,l+2} = \frac{1}{2l+3}(\nu_{n,l} - \nu_{n-1,l+2}). \quad (2)$$

The deviations of the small separations to zero show departure from the asymptotic theory. The small separations are mainly sensitive to the stellar core.

In Fig. 2, we present as an example the echelle diagram for models M 1.1 to M 1.35 at different ages. For M 1.45, we compare echelle diagrams for models at the same location on the HR diagram, which correspond to different ages for the models with and without diffusion. This is presented in Fig. 3. The small separations of the same models are presented in Fig. 4 for models M 1.1 to M 1.35 and in Fig. 5 for models M 1.45.

We can see on these figures that the differences between the models with and without diffusion become more important

**Table 2.** Physical characteristics of the models;  $L/L_\odot$ : luminosity in solar unity;  $|\Delta L|/L$ : relative difference of luminosity between models with and without diffusion;  $T_{\text{eff}}$ : effective temperature;  $|\Delta T|/T$ : relative difference of effective temperature between models with and without diffusion;  $X_S$  and  $Y_S$ : surface hydrogen and helium mass fractions.

Models	Ages (Gyr)	$L/L_\odot$	$ \Delta L /L$	$T_{\text{eff}}$ (K)	$ \Delta T /T$	$X_S$	$Y_S$
M 1.1-hom	1.5	1.26637		6034.90		0.7130	0.2680
	2.2	1.35947		6056.06		0.7130	0.2680
	4.5	1.71937		6092.56		0.7130	0.2680
	5.2	1.86054		6076.73		0.7130	0.2680
M 1.1-dif	1.5	1.26488	0.12%	6049.23	0.24%	0.7298	0.2517
	2.2	1.36013	0.05%	6062.48	0.11%	0.7379	0.2439
	4.5	1.72119	0.11%	6071.28	0.35%	0.7604	0.2222
	5.2	1.86513	0.25%	6048.67	0.46%	0.7667	0.2162
M 1.2-hom	1	1.89069		6301.30		0.7130	0.2680
	1.5	2.00586		6312.19		0.7130	0.2680
	2.6	2.30632		6316.55		0.7130	0.2680
	3.3	2.48519		6271.48		0.7130	0.2680
M 1.2-dif	1	1.89099	0.016%	6332.72	0.50%	0.7335	0.2482
	1.5	2.00812	0.11%	6335.34	0.37%	0.7438	0.2382
	2.6	2.30420	0.09%	6315.97	0.01%	0.7661	0.2168
	3.3	2.47611	0.37%	6250.72	0.33%	0.7745	0.2087
M 1.3-hom	0.5	2.65461		6551.19		0.7130	0.2680
	1.2	2.94286		6556.77		0.7130	0.2680
	2.2	3.33212		6479.03		0.7130	0.2680
	2.6	3.44310		6406.05		0.7130	0.2680
M 1.3-dif	0.5	2.66146	0.26%	6615.92	0.99%	0.7390	0.2430
	1.2	2.95386	0.37%	6592.50	0.54%	0.7756	0.2077
	2.2	3.33165	0.014%	6483.36	0.067%	0.8033	0.1810
	2.6	3.43819	0.14%	6411.80	0.09%	0.7936	0.1901
M 1.35-hom	0.5	3.18750		6681.75		0.7130	0.2680
	1	3.42768		6678.21		0.7130	0.2680
	1.8	3.84282		6588.55		0.7130	0.2680
	2.2	3.98263		6495.91		0.7130	0.2680
M 1.35-dif	0.5	3.19352	0.19%	6726.98	0.68%	0.7637	0.2191
	1	3.43558	0.23%	6698.23	0.30%	0.8075	0.1771
	1.8	3.84034	0.06%	6570.07	0.28%	0.8429	0.1428
	2.2	3.97924	0.08%	6481.87	0.22%	0.8214	0.1631
M 1.45-hom	1	4.82217		6906.53		0.7130	0.2680
	1.2	4.98999		6842.74		0.7130	0.2680
	1.6	5.23299		6709.96		0.7130	0.2680
	1.8	5.33777		6607.09		0.7130	0.2680
M 1.45-dif	1	5.13913	6.57%	6769.24	1.99%	0.9948	0.0010
	1.2	5.32206	6.65%	6676.52	2.43%	0.9943	0.0014
	1.6	5.58805	6.35%	6469.64	3.71%	0.9823	0.0104
	1.8	5.71755	7.11%	6347.46	3.93%	0.9660	0.0250

during the evolution and when the mass of the star increases. Up to  $1.3 M_\odot$ , the tracks in the large and small separations lie very close to each other whereas for higher masses significant deviations do appear. These effects are related to the internal differences in chemical composition and to the different extension of the convective cores.

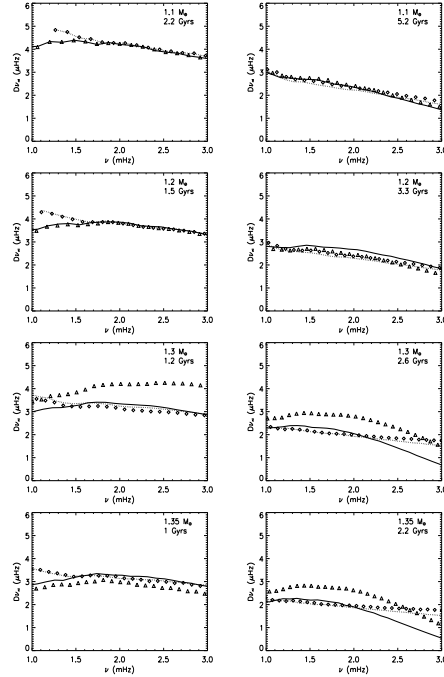
According to the results of Bazot et al. (2005), which presents the seismic analysis of the star  $\mu$  Arae, observed with the spectrograph HARPS, the uncertainties on the small separations are about  $0.37 \mu\text{Hz}$ . In the cases of  $1.1$  and  $1.2 M_\odot$ , the differences between models with and without helium diffusion are too small to be observable. For higher masses, this difference could be detectable.

#### 4. Tests of helium gradients

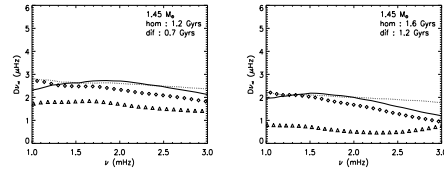
##### 4.1. The helium gradients

The largest differences between the models with and without diffusion lie just below the convective zone where helium drifts inward due to the effect of gravitation. Figures 6 to 8 display

the helium profiles and the gradients of the sound velocity in models with (solid lines) and without (dashed lines) diffusion for M 1.2, M 1.3 and M 1.45, as a function of the acoustic depth (time needed for the waves to travel from the surface down to the considered layer), at different ages. Models M 1.1 behave in a way similar to models M 1.2 and models M 1.35 are similar to M 1.3: they are available in the appendix. In the helium profiles, helium gradients due to diffusion are clearly seen. In models M 1.1 and M 1.2, this helium gradient remains smooth throughout the evolution in the main sequence, while in the case of models M 1.3 to M 1.45, it becomes sharper with time. For example, in models M 1.3, the bottom of the convective zone deepens in the stellar interior around 2.5 Gyr, which explains the discontinuity on the helium gradient and the increase of the helium mass fraction in Table 2 for the corresponding model, while in models M 1.2, the convective zone sinks later and slower. Actually, the helium gradients in models M 1.1 and M 1.2 become steeper after the turnoff. In the later (Fig. 6), the features around 700 s in the sound speed profile are due to the helium ionisation zones while the bottom of the convective zone leads to characteristic features at  $t = 1900$  s (1 Gyr),



**Fig. 4.** Small separations for models M 1.1 to M 1.35 at different ages. The lines are for models with diffusion (solid lines:  $D\nu_{0,2}$ , dotted lines:  $D\nu_{1,3}$ ) and the symbols are for models without diffusion (triangles:  $D\nu_{0,2}$ , diamonds:  $D\nu_{1,3}$ ).

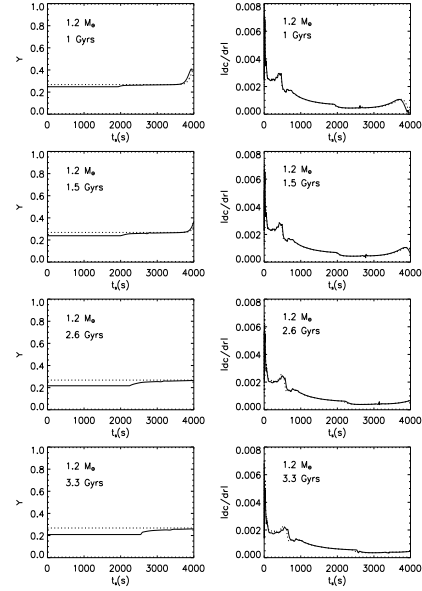


**Fig. 5.** Small separations for models M 1.45 at 1.2 Gyr (with diffusion) and 1.6 Gyr (without diffusion) on the left, and at 0.7 Gyr (with diffusion) and 1.2 Gyr (without diffusion) on the right. The lines are for models with diffusion (solid lines:  $D\nu_{0,2}$ , dotted lines:  $D\nu_{1,3}$ ) and the symbols are for models without diffusion (triangles:  $D\nu_{0,2}$ , diamonds:  $D\nu_{1,3}$ ).

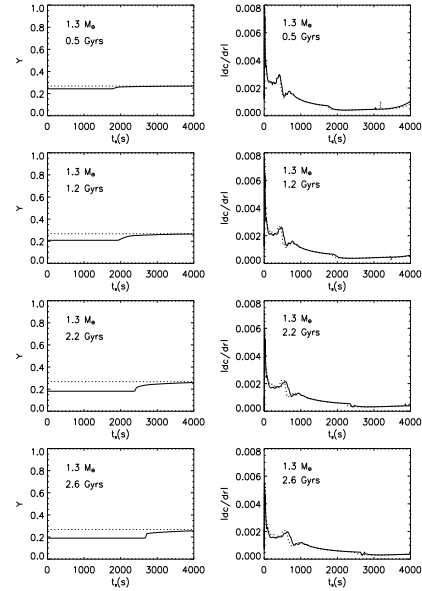
$t = 2000$  s (1.5 Gyr),  $t = 2200$  s (2.6 Gyr) and  $t = 2500$  s (3.3 Gyr). We can see in this example that the differences between the models with and without diffusion increase with time, and that this behaviour increases with increasing stellar mass.

#### 4.2. The second differences

Asteroseismology provides tools to probe the base of the convective zone and the helium gradient. As we have seen, in these locations the sound velocity undergoes rapid variations, which involve partial reflections of the sound waves. These reflections modulate the computed frequencies of the stellar spectrum, which is better seen in the so-called “second



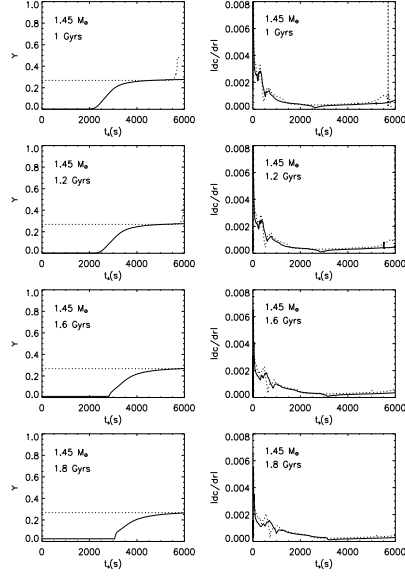
**Fig. 6.** Helium profiles (left column) and gradients of the sound velocity (right column) in the models with (solid lines) and without (dashed lines) element diffusion, for  $1.2 M_{\odot}$  as a function of the acoustic depth at 1, 1.5, 2.6 and 3.3 Gyrs.



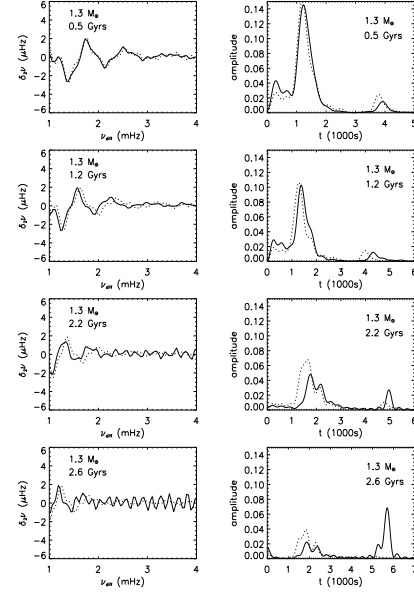
**Fig. 7.** Same as Fig. 6 for  $1.3 M_{\odot}$  at 0.5, 1.2, 2.2 and 2.6 Gyrs.

differences” (Gough 1990; Monteiro & Thompson 1998; Roxburgh & Vorontsov 2001; Vauclair & Théado 2004; Théado et al. 2005). The second differences are defined as follows:

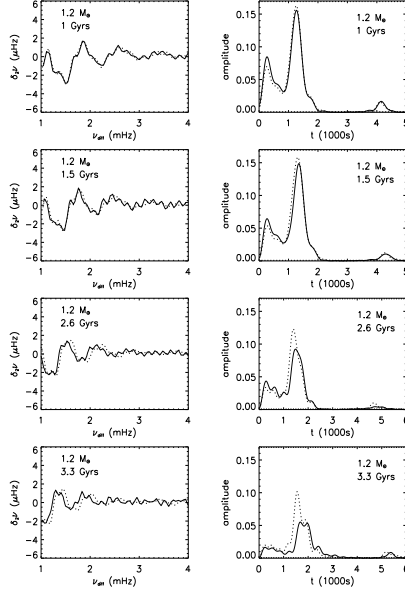
$$\delta_2 \nu = \nu_{n+1} + \nu_{n-1} - 2\nu_n. \quad (3)$$



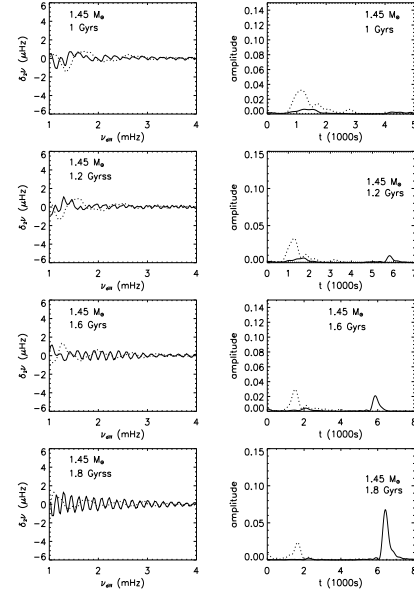
**Fig. 8.** Same as Fig. 6 for  $1.45 M_{\odot}$  at 1, 1.2, 1.6 and 1.8 Gyr.



**Fig. 10.** Same as Fig. 9 for models M.1.3 of  $1.3 M_{\odot}$  at 0.5, 1.2, 2.2 and 2.6 Gyr.



**Fig. 9.** Second differences (left column), Fourier transform of the second differences (right column) of models M.1.2 of  $1.2 M_{\odot}$  at 1, 1.5, 2.6 and 3.3 Gyr, with (solid lines) and without (dashed lines) diffusion.



**Fig. 11.** Same as Fig. 9 for models M.1.45 of  $1.45 M_{\odot}$  at 1, 1.2, 1.8 and 2.2 Gyr.

In order to identify the different components which modulate the oscillations, we have computed the Fourier transform of the second differences. The positions of the peaks correspond to the modulation periods of the second differences due to the partial

reflections of the waves, which are equal to twice the acoustic depth of the corresponding features in the sound velocity (Vauclair & Théado 2004). In Figs. 9 to 11 we can then identify for each model the peak due to the helium ionisation zone



(the closest to the surface) and those due to the bottom of the convective zone, where the helium gradient lies. The differences between models with and without diffusion are clearly visible.

In all the cases with diffusion (Figs. 9 to 11), the peaks due to the helium ionisation zones decrease in amplitude during evolution, because of the helium concentration decreases in the convective zone due to diffusion.

In the  $1.1 M_{\odot}$  and  $1.2 M_{\odot}$  stars, the diffusion process works on a time scale too long to be visible in the helium distribution during the main sequence. The amplitude of the peak due to the base of the convective zone slightly decreases because of the sinking of this zone (see Fig. 9). For higher mass stars with diffusion (Figs. 10 and 11), the peak due to the base of the convective zone undergoes a strong increase of amplitude when the convective zone becomes deeper and steepens the helium gradient. In the homogeneous models, there is no increase in the amplitude of this peak. This behaviour is clearly due to the diffusion process.

## 5. Discussion

The large and small separations represent asteroseismic tests of the different internal structure in models with and without diffusion. Our computations show that these differences increase during stellar evolution and that it becomes greater for increasing mass. This behaviour should be detectable for stellar masses larger than  $1.2 M_{\odot}$ .

The behaviour of the second differences of the models are clear: due to the effect of diffusion, helium falls below the outer convective zone and forms a gradient that increases during the evolution. But, depending on the mass of the star, the behaviour of the sound waves is different. For low masses ( $1.1$  and  $1.2 M_{\odot}$ ), the diffusion process is slow, and the depth of the convective zone increases slowly. Hence, the helium gradient remains smooth during the main sequence and becomes steep only at the turnoff. When the mass of the star is large enough, the convective zone deepens more quickly and the helium gradient steepens more rapidly. There is a strong reflection of the pressure waves in the region of the helium gradient, which explains

the large increase in the amplitude of the peak related to the base of the convective zone. Later, helium dilutes inside the convective zone, so that the helium concentration, which was very low after rapid diffusion, increases again (see Table 2). However, the helium gradient remains steep and the amplitude of the peak remains high (see Figs. 10 and 11).

The models presented here have been computed with pure gravitational settling. In real stars, the variation in the helium abundance and the steepening of the helium gradient resulting from diffusion will be smaller, due to the mixing processes below the convective zone and possible mass loss. We can however expect that such a signature of helium diffusion may be detected in stars slightly more massive than the Sun with CoRoT. The accuracy of the instrument is expected to reach  $0.1 \mu\text{Hz}$  and should allow detection of peaks in the Fourier transforms of the second differences of the oscillation frequencies as a signature of helium diffusion.

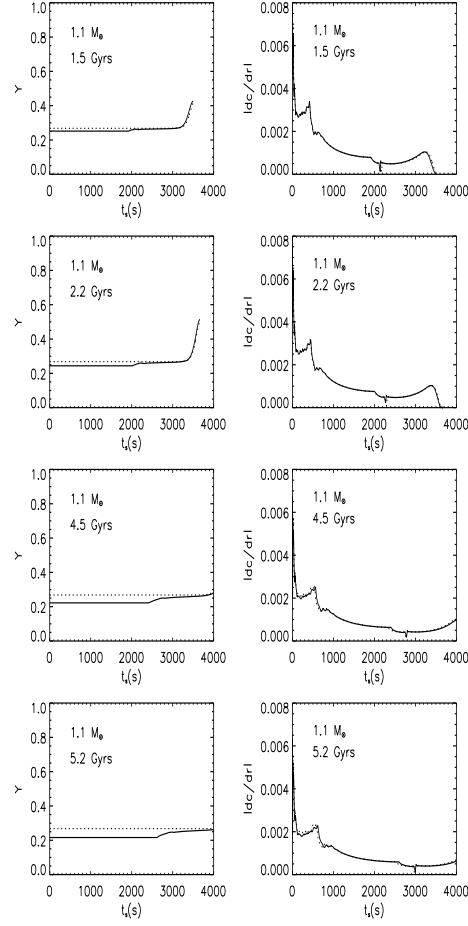
## References

- Alexander, D. R., & Ferguson, J. W. 1994, *ApJ*, 437, 879
- Angulo, C., Amould, M., & Rayet, M. (NACRE collaboration) 1999, *Nucl. Phys. A*, 656, 1
- Bazot, M., Vauclair, S., Bouchy, F., & Santos, N. C. 2005, *A&A*, 440, 615
- Böhm-Vitense, E. 1958, *ZAp*, 46, 108
- Brassard, P., Pelletier, C., Fontaine, G., & Wesemael, F. 1992, *ApJS*, 80, 725
- Däppen, W. 1992, *Rev. Mex. Astron. Astrofis.*, 23, 141
- Gough, D. O. 1990, in *Progress of Seismology of the Sun and Stars Proc., Oji International Seminar (Hakone, Japan: Springer Verlag)*, ed. Osaki, & H. Shibahashi, *Lect. Notes Phys.*, 367, 283
- Iglesias, C. A., & Rogers, F. J. 1996, *ApJ*, 464, 943
- Michaud, G. 1970, *ApJ*, 160, 641
- Monteiro, M. J. P. F. G., & Thompson, M. J. 1998, in *New eyes to see inside the Sun and Stars (Dordrecht: Kluwer)*, ed. F.-L. Deubner, J. Christensen-Dalsgaard, & D. W. Kurtz, *Proc. IAU Symp.*, 185, 317
- Paquette, C., Pelletier, C., Fontaine, G., & Michaud, G. 1986, *ApJS*, 61, 177
- Richard, O., Vauclair, S., Charbonnel, C., & Dziembowski, W. A. 1996, *A&A*, 312, 1000
- Roxburgh, I. W., & Vorontsov, S. V. 2001, *MNRAS*, 322, 85
- Théado, S., Vauclair, S., Castro, M., Charpinet, S., & Dolez, N. 2005, *A&A*, 437, 553
- Vauclair, S., & Théado, S. 2004, *A&A*, 425, 179

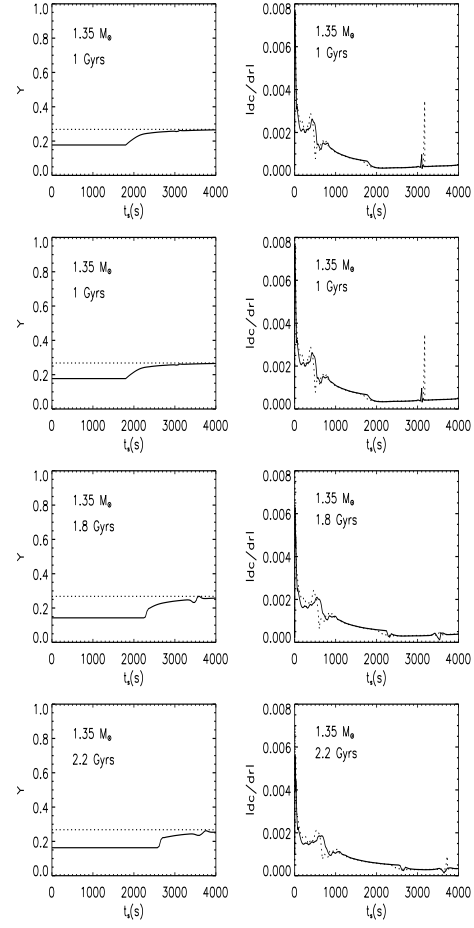
M. Castro and S. Vauclair: Asteroseismic signatures of helium gradients, *Online Material p 1*

## Online Material

## Appendix

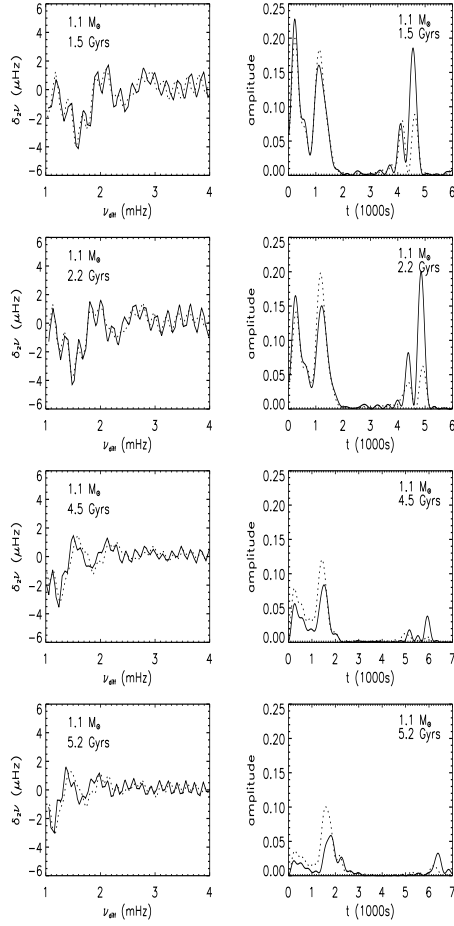


**Fig. A.1.** Helium profiles (left column) and gradients of the sound velocity (right column) in the models with (solid lines) and without (dashed lines) element diffusion, for  $1.1 M_{\odot}$  as a function of the acoustic depth at 1.5, 2.2, 4.5 and 5.2 Gyrs

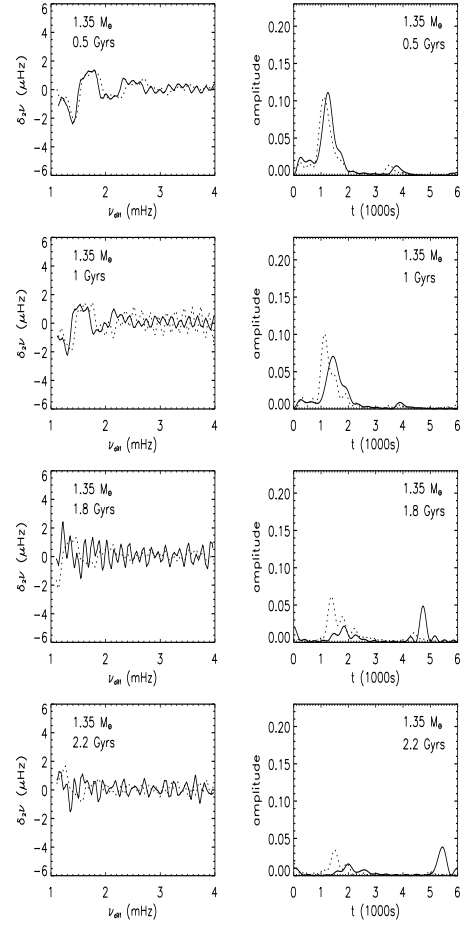


**Fig. A.2.** Same as Fig. A.1 for  $1.35 M_{\odot}$  at 0.5, 1.0, 1.8 and 2.2 Gyrs

M. Castro and S. Vauclair: Asteroseismic signatures of helium gradients, *Online Material p 3*



**Fig. A.3.** Second differences (left column), Fourier transform of the second differences (right column) of models M1.1 of  $1.1 M_{\odot}$  at 1.5, 2.2, 4.5 and 5.2 Gyrs, with (solid lines) and without (dashed lines) diffusion.



**Fig. A.4.** Same as Fig. A.3 for models M1.35 of  $1.35 M_{\odot}$  at 0.5, 1.0, 1.8 and 2.2 Gyrs

# Annexe C

## Publication 3

### Low abundances of heavy elements in the solar outer layers : comparisons of solar models with helioseismic inversions

M. Castro & S. Vauclair

2006, A&A, accepté

## Low abundances of heavy elements in the solar outer layers: comparisons of solar models with helioseismic inversions

M. Castro<sup>1</sup>, S. Vauclair<sup>1</sup>, and O. Richard<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Laboratoire d'Astrophysique de Toulouse et Tarbes - UMR 5572 - Université Paul Sabatier Toulouse III - CNRS, 14, av. E. Belin, 31400 Toulouse, France

<sup>2</sup> GRAAL - UMR 5024 - Université Montpellier II - CC072, Place E. Bataillon, 34095 Montpellier, France

Received \_\_\_\_\_; accepted \_\_\_\_\_

### ABSTRACT

**Context.** Recent solar photospheric abundance analyses have led to a significant reduction of the metal abundances compared to the previous determinations.  $(Z/X)_S$  is 30% smaller, down to 0.0165. The solar models computed with standard opacities and diffusion processes using these new abundances give poor agreement with helioseismic inversions for the sound-speed profile, the surface helium abundance, and the convective zone depth.

**Aims.** We attempt to obtain a good agreement between helioseismic inversions and solar models that present the “old mixture” in the interior and new chemical composition in the convective zone. To reach this result, we assume an undermetallic accretion at the beginning of the main sequence.

**Methods.** We compute solar models with the Toulouse-Geneva Evolution Code, in which we simulate an undermetallic accretion in the early stages of the main sequence, in order to obtain the new mixture in the outer convective zone. We compare the sound-speed profile, the convective zone depth, and the surface helium abundance with those deduced from helioseismology.

**Results.** The model with accretion but without any mixing process inside is in better agreement with helioseismology than the solar model with the new abundances throughout. There is, however, a spike under the convective zone which reaches 3.4%. Furthermore, the convective zone depth and the surface helium abundance are too low. Introducing overshooting below the convective zone allows us to recover the good convective zone radius and the addition of rotation-induced mixing and tachocline allows us to reconcile the surface helium abundance. But in any case the agreement of the sound-speed profile with helioseismic inference is worse than obtained with the old abundances.

**Key words.** Accretion – Turbulence – Sun: abundances – Sun: helioseismology

### 1. Introduction

The standard solar models that include the metal abundances as given by Grevesse & Noels (1993) (hereafter GN93) and the current physics updates (new opacity tables and equations of state from OPAL, and element diffusion and settling, e.g., Richard et al. 2004) are in very good agreement with helioseismology. The square of the sound speed  $c^2$  derived from this standard solar model agrees with the values obtained from helioseismology within 0.5% (Christensen-Dalsgaard et al. 1996). The recent solar photospheric abundances derived by Asplund et al. (2005) (hereafter Asp05) revise the CNO and Ne abundances downwards by more than 30% compared to the earlier determinations. The solar photospheric  $Z/X$  is reduced to  $0.0165 \pm 10\%$  and  $Z$  to 0.0122, whereas the “old” mixture gave a higher  $Z/X$  of 0.0245. New solar standard models including the Asp05 mixture lead to a large disagreement with

the helioseismically inferred sound-speed profile, convective zone depth, and surface helium abundance  $Y_S$ .

Several research groups have explored different ways to try restoring agreement between solar models and helioseismology. Bahcall et al. (2005a) showed that an increase of 21% of the OPAL opacities could reconcile the new solar abundances with the helioseismic measurements of the depth of the convective zone. The uncertainties in the OPAL96 opacity tables however are estimated to be no more than 4%. The uncertainties on the element diffusion velocities below the convective zone are larger and can reach 35% for Fe and O, the two main contributors to the opacity in this region (Montalbán et al. 2006). An increase of the diffusion coefficient by a factor of 1.5 to 2 combined with a small increase of the opacity at the bottom of the convective zone provides better agreement with helioseismology for the depth of the convective zone and the  $c^2$  profile (Montalbán et al. 2004; Basu & Antia 2004), but in this case  $Y_S$  has to be decreased below the value determined by the inversion of solar oscillations. The attempt by Guzik et al. (2005)

Send offprint requests to: M. Castro

Correspondence to: mcastro@ast.obs-mip.fr

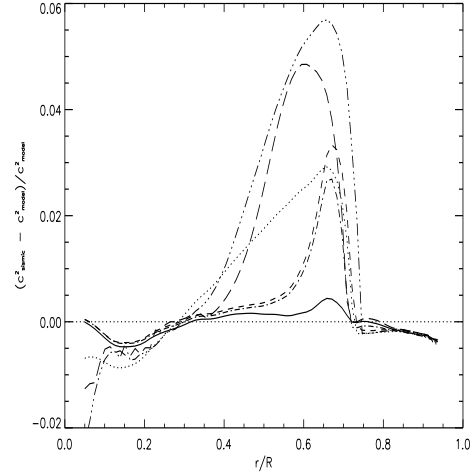
to increase the diffusion coefficients for helium and the other elements separately to fit the Asp05 mixture in the outer layers and recover the GN93 mixture at the bottom of the convective zone leads to the same problem. Turck-Chièze et al. (2004) showed that the new oxygen measurement of the Sun from Asplund et al. (2005) was in accordance with the observations of extragalactic HII regions, Magellanic clouds, and other clusters. They updated their predicted neutrino fluxes using the new composition and they obtained a good agreement with the detected values. Antia & Basu (2005) and Bahcall et al. (2005b) computed models with an arbitrarily increased Ne/O ratio and showed that they could be in agreement with helioseismology. At the same time, Drake & Testa (2005) assessed a higher Ne/O ratio for the Sun than the one adopted in Asplund et al. (2005) and consistent with the results of Antia & Basu (2005) and Bahcall et al. (2005b), by observing several cool nearby stars in X-ray spectra. However, new measurements by analyzing the solar active region spectra (Schmelz et al. 2005) and the extreme ultraviolet emission lines of NeIV-VI and OIII-V ions in the solar corona (Young 2005), are in agreement with the Ne/O ratio value of the new abundances.

Here we compute solar models with the assumption that undermetallic accretion occurred in the very early stages of the solar life on the main sequence. A similar idea was also proposed in Guzik et al. (2005) without computing any model. We suppose that, during the process of planetary formation, the young Sun was surrounded by metal-poor matter while metals were concentrated in planetesimals, and that an important part of this metal-poor matter fell onto it. We do not justify this idea here by any computations of accretion processes: our aim was only to compute “exotic” solar models that could be able to reconcile the new solar abundances with helioseismology. We simulated this undermetallic accretion to obtain the Asp05 mixture in the outer convective zone with an increased abundance inside. In this way, we can obtain a metallic difference between the outer layer and the inside larger than possible from diffusion processes only. In these models, we attempted to recover the sound-speed profile, the depth of the convective zone, and the surface helium abundance as given by helioseismology.

In Sect. 2, we discuss the new Asp05 abundances and their influence on the sound-speed profile. In Sect. 3, the models with accretion are presented. The effects of overshooting below the convective zone and mixing induced by the tachocline and by rotation are respectively discussed in Sects. 4 and 5. The conclusions are given in Sect. 6.

## 2. Solar models with the new Asp05 mixture

The models are computed with the Toulouse-Geneva Stellar Evolution Code (TGEC) (Richard et al. 1996). We use the equation of state tables of OPAL2001 (updated version of Rogers et al. 1996), the opacities tables of OPAL (Rogers & Iglesias 1995) completed with the Alexander & Ferguson (1994) low temperature opacities, and the NACRE compilation of nuclear reaction rates (Angulo et al. 1999) with the Bahcall screening routine. The convection treatment is based on the mixing-length theory (Böhm-Vitense 1958) and the diffusion



**Fig. 1.** Comparison between the profile of sound velocity of the different models (S1 : solid line, S2 : dotted line, S3 : dashed line, S4 : dot-dashed line, S5 : three dot-dashed line, S6 : long dashed line) and the one deduced from the helioseismology

coefficients are computed as in Paquette et al. (1986).

Model S1 is a standard model, computed with the “old” GN93 chemical composition. No mixing other than convection is introduced. The calibration procedure includes two free parameters: the initial mass fraction of helium  $Y_0$  and the mixing-length parameter  $\alpha$ . These parameters are adjusted to obtain the solar luminosity and radius at the solar age:  $L_\odot = 3.8515 \pm 0.0055 \times 10^{33} \text{ erg.s}^{-1}$  (Guenther et al. 1992),  $R_\odot = 6.9575 \pm 0.0024 \times 10^{10} \text{ cm}$  (mean observed value : Allen 1976; Brown & Christensen-Dalsgaard 1998), and  $t_\odot = 4.6 \text{ Gyrs}$ . The characteristics of model S1 are presented in Table 1.

This model is in good agreement with helioseismology. The comparison of the sound velocity computed in this model with the one deduced from helioseismology by Basu et al. (1997) is presented as the solid line in Fig. 1. The relative difference between model S1 and the seismic inversions is always smaller than 0.5%. The depth of the convective zone is also consistent with helioseismology: we find  $r_{cz}/R_\odot = 0.712$  compared to  $r_{cz}/R_\odot = 0.713 \pm 0.001$  (Basu & Antia 1997). The helium abundance is 0.240, slightly smaller than the value obtained from seismic inversions, which is typically  $0.249 \pm 0.002$  (Basu & Antia 1997). This is due to the fact that model S1 does not include any mixing process which could slightly slow down helium settling.

Model S2 has been computed using the Asp05 mixture throughout. Its characteristics are presented in Table 1 and the sound velocity in Fig. 1. The discrepancy between the model and the seismically derived sound velocity is much larger than

**Table 1.** Characteristics of the solar models computed with the TGECC.

	Calibration parameters		External parameters				Convective zone
	$\alpha$	$Y_0$	$L$ ( $10^{33}$ erg.s $^{-1}$ )	$R$ ( $10^{10}$ cm)	$Y_S$	$Z/X$	$r_{cz}/R_\odot$
Model S1 (GN93)	1.8104	0.2716	3.8517	6.9575	0.240	0.0244	0.713
Model S2 (Asp05)	1.6556	0.2562	3.8511	6.9576	0.223	0.0164	0.730
Model S3 (GN93 + accr)	1.6338	0.2720	3.8514	6.9586	0.240	0.0165	0.732
Model S4 (GN93 + accr + ov)	1.6344	0.2721	3.8519	6.9552	0.243	0.0166	0.712
Model S5 (GN93 + accr + mix)	1.5101	0.2691	3.8514	6.9592	0.249	0.0167	0.751
Model S6 (GN93 + accr + mix + ov)	1.5495	0.2705	3.8515	6.9593	0.249	0.0165	0.712

for model S1: it goes up to 3%. The initial  $Z/X$  is lowered by 33%, compared to model S1: the new initial value is 0.0183 instead of 0.0272. More precisely, the CNO and Ne mass fractions have decreased by 36%. The quantitative analysis of Turcotte et al. (1998) for the GN93 mixture shows that the main contributors to the radiative opacity below the solar convective zone are O, Fe, H, Ne, and, with smaller contributions, N and C. Hence, the reduction of the metal mass fraction and the decrease of O and Ne abundances induce important changes in the opacity related to the Asp05 mixture: the opacity at the bottom of the convective zone decreases by 25% compared to the GN93 case. As the radiative temperature gradient  $\nabla_{rad}$  is proportional to the opacity  $\kappa$ , the new convective zone is shallower ( $r_{cz}/R_\odot = 0.729$ ). Furthermore, the helium abundance in the convective zone is lower than the helioseismic value ( $Y_S = 0.223$ ).

### 3. A new undermetallic model

The problem of new solar models seems very difficult to solve, as the new determinations of solar abundances, using new techniques of 3D-modelization, are incompatible with the seismic studies of the Sun. On the other hand, the old GN93 solar mixture gave a very good consistency with the helioseismic analysis, within 0.5%. We decided here to compute new models using the GN93 mixture in the solar interior, to try to remain consistent with helioseismology, but with the Asp05 chemical composition inside the convective zone. This situation cannot be justified in terms of element diffusion only, as the precision on the diffusion velocities does not allow such a large settling (Montalbán et al. 2004, 2006). For this reason, we assumed accretion of metal-poor gas at the beginning of the main sequence.

We simulated this accretion in a simplified way, by instantaneously decreasing the metal abundances in the convective zone and increasing hydrogen and helium accordingly, in one

of our first main sequence models (aged 74 Myrs). If  $\tau_Z$  is the factor (smaller than one) by which the abundances of metals are multiplied, the hydrogen and helium abundances are multiplied by  $\tau_{XY}$ , so that :

$$\tau_{XY} = \frac{1 - (1 - X - Y) * \tau_Z}{X + Y} \quad (1)$$

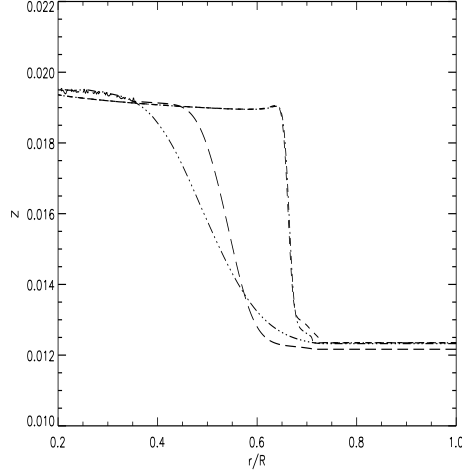
In this simplified way, all metals are decreased with the same factor, so that the mixture remains unchanged, while the overall ratio  $(Z/X)_S$  reaches the Asplund et al. (2005) value.

Model S3, whose characteristics are also presented in Table 1, has been computed with  $\tau_Z = 0.5$ . The comparison of the sound velocities with the seismic inversions is presented in Fig. 1. The discrepancy is smaller than for model S2, but a spike remains below the convective zone, which reaches 3.4%. This spike can be due to the fact that the convective zone is too shallow (see Table 1) and also to the metal gradient induced by accretion and diffusion below the convective zone (see Fig. 2). Meanwhile, the helium abundance in the convective zone is still too low. Two kinds of improvements are possible at this stage: introducing an overshooting zone below the convective zone so that the combined mixing reaches the depth deduced by helioseismology ( $r_{cz}/R_\odot = 0.713$ ), and adding a rotation-induced mixing below the convective zone to smooth down the metal gradient. In the following, we present three new models, one with overshooting (S4), one with rotation-induced mixing (S5), and one with both processes (S6).

### 4. Convective overshooting

The introduction of overshooting below the convective zone allows us to simulate an overall mixing zone down to the depth deduced from helioseismology. This result is obtained with an overshooting parameter of 0.25  $H_p$ , where  $H_p$  is the pressure scale height. Due to overshooting, a larger value of the accretion parameter is needed to obtain the Asp05 abundances in the





**Fig. 2.** Metal profile below the convective zone of models S3 (dashed line), S4 (dot-dashed line), S5 (three dot-dashed line), and S6 (long dashed line)

convective zone at the solar age:  $\tau_Z = 0.58$ . The characteristics of the resulting model S4 are presented in Table 1. We can see that the bottom of the convective-plus-overshooting zone is the same as in model S1, namely  $r/R_\odot = 0.712$ . The comparison of the sound velocities with helioseismology is presented in Fig. 1 and the metal gradient in Fig. 2. The amplitude of the spike under the convective zone is smaller than without overshooting, but it still reaches 2.8%. The surface helium abundance is still too low.

### 5. Rotation-induced mixing

Mixing below the convective zone was not introduced in the previous models. As a consequence, lithium was not depleted as observed in the Sun. Solar spectroscopic observations compared to abundance determinations in meteorites show that the solar lithium has been depleted by a factor of 160 compared to its initial abundance and that beryllium has not been destroyed by more than 0.09 dex (Asplund 2004): these features have to be taken into account in consistent solar models. Rotation-induced mixing can deplete lithium as observed and it also smooths down the metal gradient induced by accretion. We computed model S5 (see Table 1) without overshooting, but with the rotation-induced mixing calibrated to have the suitable lithium destruction at the solar age in question. We used the prescription by Théado & Vauclair (2003), with a diffusion coefficient  $D_{turb}$ , such that:

$$\rho \frac{\partial \tilde{c}}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \rho D_{turb} \frac{\partial \tilde{c}}{\partial r} \right), \quad (2)$$

where

$$D_{turb} = \left( C_v + \frac{1}{30C_h} \right) r |U_r| = \alpha_{turb} r |U_r|. \quad (3)$$

Here  $|U_r|$  represents the vertical component of the meridional circulation velocity, and  $C_h$  and  $C_v$  are characteristic parameters for the horizontal and vertical diffusion coefficients:

$$D_h = C_h r |U_r| \quad (4)$$

$$D_v = C_v r |U_r|. \quad (5)$$

$C_h$  and  $\alpha_{turb}$  are the free parameters used for the calibration that determines the efficiency of the turbulent motions. We use the values given by Théado (2002):  $C_h = 50000$  and  $\alpha_{turb} = 6$ .

We also include in these computations a tachocline calibrated by two coefficients: the diffusion coefficient at the base of the convective zone  $D_{bcz}$  and the thickness of the tachocline  $\Delta$ . The diffusion coefficient inside the tachocline is given by:

$$D_{tachoc} = D_{bcz} \exp \left( \ln 2 \frac{r - r_{bcz}}{\Delta} \right), \quad (6)$$

where  $r_{bcz}$  is the radius at the base of the convective zone. These parameters are adjusted to reproduce the observed solar lithium depletion at the solar age:  $D_{bcz} = 8.0 \times 10^5 \text{ cm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$  and  $\Delta = 0.048 \times 10^{10} \text{ cm}$ . As mixing reduces element diffusion, a stronger accretion is needed. In model S5, the accretion factor was taken as:  $\tau_Z = 0.37$  and it was introduced in seven time steps. The corresponding metal profile in the present Sun is shown in Fig. 2. The comparisons of the sound velocity in model S5, compared to the seismic value, is presented in Fig. 1.

The agreement is worse than for previous models. The spike under the convective zone reaches 5.7% and the difference with the seismic value remains large far below the convective zone, down to  $r/R_\odot = 0.3$ . This is due to the spread of the metal gradient in the interior and the consecutive changes in the opacity. Here the convective zone is still too shallow ( $r_{cz}/R_\odot = 0.751$ ), but the helium abundance is correct in the convective zone ( $Y_S = 0.249$ ) as well as the lithium value ( $\text{Li}/\text{Li}_0 = 1/167$ ). Beryllium is depleted by 0.4 dex, which is too much compared to the observed value.

Model S6 has been computed with both overshooting and rotation-induced mixing. The accretion and mixing parameters were modified compared to previous models:  $\tau_Z = 0.48$  introduced in three time steps,  $C_h = 65000$ ,  $\alpha_{turb} = 1$ ,  $D_{bcz} = 2.5 \times 10^5 \text{ cm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ , and  $\Delta = 0.048 \times 10^{10} \text{ cm}$ . The sound-speed profile compared with helioseismology is presented in Fig. 1 and the metal gradient in Fig. 2. The metal gradient is steeper in model S6 than in model S5 because, thanks to the overshooting, the rotation-induced mixing which reproduces the lithium underabundance has to be less efficient. Here beryllium is only depleted by 0.12 dex. The overshooting allows us to reach the right depth of the convective zone, and the mixing gives the right surface helium abundance, but the sound-speed profile is still in large disagreement with helioseismology.

## 6. Conclusion

The incompatibility between the new solar photospheric abundances of Asplund et al. (2005) and helioseismology have already been studied by many authors (Bahcall et al. 2005a; Montalbán et al. 2004, 2006; Basu & Antia 2004; Guzik et al. 2005). No satisfying solution has been found. The best agreement is obtained by increasing the opacity below the convective zone and the diffusion rates with suitable factors (Montalbán et al. 2006). But the required changes are larger than the accepted uncertainties, and the models still have too low surface helium abundances. In the present paper, we have computed solar models with the GN93 mixture in the solar interior and the Asp05 abundances in the external convective zone. These models could be justified by accretion of metal-poor gas in the early stage of the main-sequence.

Models in which such an accretion is introduced present a better agreement with helioseismology than models using the Asp05 mixture throughout, but there is still a large discrepancy below the convective zone in the sound velocity, and the depth of the convective zone as well as the surface helium abundance are incorrect. The introduction of overshooting below the convective zone allows us to reach a mixing zone as deep as that deduced from helioseismology. Adding rotation-induced mixing allows us to obtain the right surface helium abundance, and also the right lithium depletion. While the introduction of overshooting does not change the sound-speed profile in a significant way, the smoothing and spreading of the metal gradient due to rotation-induced mixing increases the difference with the seismic sound velocity profile in the interior. We tried our best to reconcile the new solar abundances with helioseismology, but the results are not encouraging: it does not seem possible to obtain a solar model in good agreement with the seismic inversions, contrary to models computed with the old abundances.

## References

- Alexander, D.R., Ferguson, J.W., 1994, *ApJ*, 437, 879  
 Allen, C.W., 1976, *Astrophysical Quantities*, 3<sup>rd</sup> ed., London: Atholone Press  
 Angulo, C., Arnould, M., Rayet, M., (NACRE collaboration), 1999, *Nucl. Phys. A* 656, 1  
 Antia, H.M., Basu, S., 2005, *ApJ Lett.*, 620, 129  
 Asplund, M., 2004, *A&A*, 417, 769  
 Asplund, M., Grevesse, N., Sauval, A.J., 2005, in *Cosmic Abundances as Records of Stellar Evolution and Nucleosynthesis*, eds. T.G. Barnes III, F.N. Bash, ASP Conf. Ser. 336, 25  
 Bahcall, J.N., Basu, S., Pinsonneault, M.H., Serenelli, A.M., 2005a, *ApJ*, 618, 1049  
 Bahcall, J.N., Basu, S., Serenelli, A.M., 2005b, *ApJ*, 631, 1281  
 Basu, S., Antia, H.M., 1997, *MNRAS*, 287, 189  
 Basu, S., Antia, H.M., 2004, *ApJ*, 606, 85  
 Basu, S., Christensen-Dalsgaard, J., Chaplin, W.J., Elsworth, Y., Isaak, G.R., New, R., Shou, J., Thompson, M.J., Tomczyk, S., 1997, *MNRAS*, 292, 243  
 Böhm-Vitense, E., 1958, *ZAp*, 46, 108  
 Brown, T.M., Christensen-Dalsgaard, J., 1998, *ApJ Lett.*, 500, L195  
 Christensen-Dalsgaard, J., et al., 1996, *Science*, 272, 1286  
 Drake, J.J., Testa, P., 2005, *Nature*, 436, 525  
 Grevesse, N., Noels, A., 1993, in *Origin and Evolution of the Elements*, N. Prantzos, E. Vangioni-Flam & M. Cassé, Cambridge University Press, 15  
 Guenther, D.B., Demarque, P., Kim, Y.-C., Pinsonneault, M.H., 1992, *ApJ*, 387, 372  
 Guzik, J.A., Watson, L.S., Cox, A.N., 2005, *ApJ*, 627, 1049  
 Montalbán, J., Miglio, A., Noels, A., Grevesse, N., DiMauro, M.-P., 2004, in *Proc. SOHO14/GONG2004 Workshop* (ESA SP-559), 456  
 Montalbán, J., Miglio, A., Thado, S., Noels, A., Grevesse, N., 2006, *CoAst*, 147, 80  
 Paquette, C., Pelletier, C., Fontaine, G., Michaud, G., 1986, *ApJS*, 61, 177  
 Richard, O., Vauclair, S., Charbonnel, C., Dziembowski, W.A., 1996, *A&A*, 312, 1000  
 Rogers, F.J., Iglesias, C.A., 1995, in *Astrophysical Applications of Powerful New Databases*, eds. S.J. Adelman, W.L. Wiese, ASP Conf. Ser. 78, 31  
 Rogers, F.J., Swenson, F.J., Iglesias, C.A., 1996, *ApJ*, 456, 902  
 Richard, O., Théado, S., Vauclair, S., 2004, *Sol. Phys.*, 220, 243  
 Schmelz, J.T., Nasraoui, K., Roames, J.K., Lippner, L.A., Garst, J.W., 2005, *ApJ*, 634, 197  
 Théado, S., 2002, in *Instabilités hydrodynamiques dans les étoiles en rotation en relation avec l'hélio- et l'astérosismologie et les contraintes imposées par l'observation des éléments légers*, PhD Thesis, 156  
 Théado, S., Vauclair, S., 2003, *ApJ*, 587, 784  
 Turck-Chièze, S., Couvidat, S., Piau, L., Ferguson, J., Lambert, P., Ballot, J., Garcia, R.A., Nghiem, P.A.P., 2004, *Phys. Rev. Lett.*, 93, 211102  
 Turcotte, S., Richer, J., Michaud, G., Iglesias, C.A., Rogers, F.J., 1998, *ApJ*, 504, 539  
 Young, P.R., 2005, *A&A*, 444, 45

# Liste des publications

## Publications dans des revues à comité de lecture

- **Low abundances of heavy elements in the solar outer layers : comparisons of solar models with helioseismic inversions**, Castro, M., Vauclair, S., Richard, O., 2006, accepté par A&A
- **Asteroseismic signatures of helium gradients in late F-type stars**, Castro, M., Vauclair, S., 2006, A&A, 456, 611
- **Asteroseismic tests of element diffusion in solar type stars**, Théado, S., Vauclair, S., Castro, M., Charpinet, S., Dolez, N., 2005, A&A, 437, 553

## Publications dans des colloques

- **Helium diffusion during the evolution of solar-type stars : asteroseismic tests**, Castro, M., Vauclair, S., 2006, in *Stellar Pulsations and Evolution*, Memorie della Societa Astronomica Italiana, 77, 441
- **Lithium abundances in exoplanet host stars as a test for planetary formation scenarii**, Castro, M., Richard, O., Vauclair, S., 2005, in *From Lithium to Uranium : Elemental Tracers of Early Cosmic Evolution*, IAU Symp. 228 (23-27 Mai 2005, Paris, France), ed. V. Hill, P. François, F. Primas. Cambridge : Cambridge University Press, pp.85-86; and 2005, in *Element Stratification in Stars : 40 Years of Atomic Diffusion*, EAS Publications Series, 17, pp. 297-300

## Publications dans des livres

- **Asteroseismology of exoplanets-host stars : a link between the two scientific programmes of CoRoT**, Vauclair, S., Castro, M., Charpinet, S., Laymand, M., Soriano, M., Vauclair, G., Bazot, M., Bouchy, F., 2006, in *The CoRoT Book*, (Eds) F. Favata, A. Baglin & J. Lochard, ESA Publications Division, ESA SP, astro-ph 0610502
- **Report on the CoRoT Evolution and Seismic Tools Activity**, Monteiro, M.J.P.F.G., Lebreton, Y., Montalbán, J., Christensen-Dalsgaard, J., Castro, M., Degl'Innocenti, S., Moya, A., Roxburgh, I.W., Scuflaire, R., Baglin, A., Cunha, M.S., Eggenberger, P., Fernandes, J., Goupil, M.J., Hui-Bon-Hoa, A.,

Marconi, M., Marques, J.P., Michel, E., Miglio, A., Morel, P., Pichon, B., Prada Moroni, P.G., Provost, J., Ruoppo, A., Suarez, J-C., Suran, M., Teixeira, T.C., 2006, in *The CoRoT Book*, (Eds) F. Favata, A. Baglin & J. Lochard, ESA Publications Division, ESA SP, astro-ph 0605685

# Liste des tableaux

3.1	Paramètres de la calibration des modèles; $\alpha$ : paramètre de longueur de mélange; $Y_0$ : abondance initiale d'hélium . . . . .	58
3.2	Caracteristiques physiques des modèles; $L/L_\odot$ : luminosité en unité solaire; $ \Delta L /L$ : différence relative de luminosité entre les modèles avec et sans diffusion; $T_{eff}$ : température effective; $ \Delta T /T$ : différence relative de température entre les modèles avec et sans diffusion; $X_S$ et $Y_S$ : fractions de masse superficielles d'hydrogène et d'hélium .	61
5.1	Caractéristiques des modèles solaires calculés avec le TGEC. . . . .	91



# Table des figures

2.1	Fréquences de Brunt-Väisälä $N$ (ligne continue) et fréquences de Lamb $S_l$ pour $l$ allant de 1 à 5 (lignes pointillées) pour un modèle solaire calculé avec le TGEC. Les lignes horizontales indiquent les régions de piégeage pour un mode g de fréquence $\nu = 60 \mu\text{Hz}$ , et pour un mode p de degré 5 et de fréquence $\nu = 1000 \mu\text{Hz}$ . Les fréquences ont été calculées avec le code de pulsations adiabatiques PULSE de Montréal (Brassard et al. 1992). . . . .	42
2.2	Grandes séparations $\Delta\nu_{n,l}$ pour $l = 0$ (trait continu), $l = 1$ (tirets), $l = 2$ (pointillés) et $l = 3$ (trait-points) pour un modèle standard de $1.2 M_\odot$ à $3.3 \text{ Gyrs}$ . . . . .	52
2.3	Diagramme échelle pour $l = 0$ (trait continu), $l = 1$ (pointillés), $l = 2$ (tirets) et $l = 3$ (trait-points) pour le même modèle que la Fig.2.2. La grande séparation moyenne est de $97 \mu\text{Hz}$ . . . . .	53
2.4	Petites séparations $\delta\nu_{02}$ (trait continu) et $\delta\nu_{13}$ (pointillés) pour le même modèle que la Fig.2.2. . . . .	54
2.5	Secondes différences $\delta_2\nu$ avec $l = 0, 1, 2$ et $3$ pour le même modèle que la Fig.2.2. . . . .	55
2.6	Transformée de Fourier des secondes différences pour le même modèle que la Fig.2.2. . . . .	55
3.1	Traces évolutives des modèles de $1.1$ à $1.45 M_\odot$ . Lignes pointillées : modèles homogènes, lignes solides : modèles incluant la diffusion microscopique . . . . .	60
3.2	Diagramme échelle des modèles M1.1 à M1.35 à différents âges. Croix : $l = 0$ , étoiles : $l = 1$ , triangles : $l = 2$ , losanges : $l = 3$ . Les points connectés par des lignes correspondent aux modèles avec diffusion. . .	62
3.3	Petites séparations des modèles M1.1 à M1.35 à différents âges. Les lignes correspondent aux modèles avec diffusion (lignes continues : $D\nu_{0,2}$ , lignes pointillées : $D\nu_{1,3}$ ) et les symboles correspondent aux modèles sans diffusion (triangles : $D\nu_{0,2}$ , losanges : $D\nu_{1,3}$ ). . . . .	63
3.4	Diagramme échelle des modèles M1.45 à $1.2 \text{ Gyrs}$ (avec diffusion) et $1.6 \text{ Gyrs}$ (sans diffusion) à gauche, et à $0.7 \text{ Gyrs}$ (avec diffusion) et $1.2 \text{ Gyrs}$ (sans diffusion) à droite. Croix : $l = 0$ , étoiles : $l = 1$ , triangles : $l = 2$ , losanges : $l = 3$ . Les points connectés par des lignes correspondent aux modèles avec diffusion. . . . .	64

3.5	Petites séparations des modèles M1.45 à 1.2 Gyrs (avec diffusion) et 1.6 Gyrs (sans diffusion) à gauche, et à 0.7 Gyrs (avec diffusion) et 1.2 Gyrs (sans diffusion) à droite. Les lignes correspondent aux modèles avec diffusion (lignes continues : $D\nu_{0,2}$ , lignes pointillées : $D\nu_{1,3}$ ) et les symboles correspondent aux modèles sans diffusion (triangles : $D\nu_{0,2}$ , losanges : $D\nu_{1,3}$ ). . . . .	64
3.6	Profils d'hélium (colonne de gauche) et gradients de la vitesse du son (colonne de droite) dans les modèles avec (lignes continues) et sans (lignes pointillées) diffusion, pour les modèles M1.1 de 1.1 $M_{\odot}$ en fonction de la profondeur acoustique à 1.5, 2.2, 4.5 et 5.2 Gyrs . . . . .	65
3.7	Même figure que la Fig 3.6 pour les modèles M1.2 de 1.2 $M_{\odot}$ à 1.0, 1.5, 2.6 et 3.3 Gyrs . . . . .	66
3.8	Même figure que la Fig 3.6 pour les modèles M1.3 de 1.3 $M_{\odot}$ à 0.5, 1.2, 2.2 et 2.6 Gyrs . . . . .	67
3.9	Même figure que la Fig 3.6 pour les modèles M1.35 de 1.35 $M_{\odot}$ à 0.5, 1.0, 1.8 et 2.2 Gyrs . . . . .	68
3.10	Même figure que la Fig 3.6 pour les modèles M1.45 de 1.45 $M_{\odot}$ à 1.0, 1.2, 1.6 et 1.8 Gyrs . . . . .	69
3.11	Secondes différences (colonne de gauche) et transformée de Fourier des secondes différences (colonne de droite) des modèles M1.1 de 1.1 $M_{\odot}$ à 1.5 Gyrs, 2.2 Gyrs, 4.5 Gyrs et 5.2 Gyrs, avec (lignes continues) et sans (lignes pointillées) diffusion. . . . .	70
3.12	Même figure que la Fig 3.11 pour les modèles M1.2 de 1.2 $M_{\odot}$ à 1.0, 1.5, 2.6 et 3.3 Gyrs . . . . .	71
3.13	Même figure que la Fig 3.11 pour les modèles M1.3 de 1.3 $M_{\odot}$ à 0.5, 1.2, 2.2 et 2.6 Gyrs . . . . .	72
3.14	Même figure que la Fig 3.11 pour les modèles M1.35 de 1.35 $M_{\odot}$ à 0.5, 1.0, 1.8 et 2.2 Gyrs . . . . .	73
3.15	Même figure que la Fig 3.11 pour les modèles M1.45 de 1.45 $M_{\odot}$ à 1.0, 1.2, 1.6 et 1.8 Gyrs . . . . .	74
4.1	<i>Gauche</i> : Distribution d'étoiles centrale de systèmes planétaires (histogrammes hachurés) et d'étoiles sans planètes (histogrammes vides) tirés des échantillons Santos et al. (2001) en fonction de leur métallicité. Les lignes verticales représentent les étoiles dont les compagnons sont des naines brunes présumées. <i>Droite</i> : fraction cumulée des deux échantillons. (d'après Santos et al. 2003). . . . .	76
4.2	Distribution d'étoiles centrales de systèmes planétaires (histogrammes hachurés) et d'étoiles sans planètes (histogrammes vides) tirés de l'échantillon Chen et al. (2001) en fonction de leurs abondances en lithium (d'après Israelian et al. 2004). . . . .	78



4.3	Abondances en lithium en fonction de la température effective des étoiles avec planètes (carrés pleins) et de l'échantillon de comparaison Chen et al. (2001) (carrés vides). Les limites supérieures sont représentées par des triangles et la position de Soleil est indiquée (d'après Israelian et al. 2004). . . . .	79
4.4	Evolution du lithium pour les modèles de $1.00 M_{\odot}$ calculés avec le mélange prescrit par Richard et al. (1996); trait plein : métallicité solaire; pointillés : modèles surmétalliques (vert : $[Fe/H]_0 = 0.18$ , rouge : $[Fe/H]_0 = 0.24$ et bleu : $[Fe/H]_0 = 0.30$ ); tirets : modèles avec accréation (vert : $M_{acc} = 1.1 M_J$ , rouge : $M_{acc} = 1.7 M_J$ et bleu : $M_{acc} = 2.5 M_J$ ). . . . .	80
4.5	Profils de température pour les mêmes modèles de $1.00 M_{\odot}$ que dans la Figure 4.4 à 2.2 Gyrs; trait plein : métallicité solaire; pointillés : modèles surmétalliques; tirets : modèles avec accréation. . . . .	81
4.6	Profils d'hélium pour les mêmes modèles de $1.00 M_{\odot}$ que dans la Figure 4.4 à différents âges. <i>Haut</i> : métallicité solaire : trait plein : 2.2 Gyrs, pointillés : 3.7 Gyrs, tirets : 4.5 Gyrs; <i>Milieu</i> : modèles surmétalliques : traits pleins : 2.2 Gyrs, pointillés : 3.0 Gyrs, tirets : 4.5 Gyrs; <i>Bas</i> : modèles avec accréation : traits pleins : 3.6 Gyrs, pointillés : 5.9 Gyrs (vert), 6.6 Gyrs (rouge) et 7.4 Gyrs (bleu), tirets : 7.4 Gyrs (vert et rouge) et 8.1 Gyrs (bleu). Les couleurs correspondent à celles de la Figure 4.4. . . . .	82
4.7	Profils métalliques pour les mêmes modèles de $1.00 M_{\odot}$ avec accréation que dans la Figure 4.4, aux mêmes âges que dans le Figure 4.6. . . . .	83
4.8	Evolution du lithium pour les modèles de $1.00 M_{\odot}$ calculés avec le mélange de Théado & Vauclair (2003b); trait plein : métallicité solaire; pointillés : modèles surmétalliques (vert : $[Fe/H]_0 = 0.18$ , rouge : $[Fe/H]_0 = 0.24$ et bleu : $[Fe/H]_0 = 0.30$ ); tirets : modèles avec accréation (vert : $M_{acc} = 1.1 M_J$ , rouge : $M_{acc} = 1.7 M_J$ et bleu : $M_{acc} = 2.5 M_J$ ). . . . .	83
4.9	Evolution du lithium en fonction de la température effective pour quatre modèles normaux (trait plein) de 0.97 (noir), 1.00 (rouge), 1.05 (vert) et 1.07 (bleu) $M_{\odot}$ et trois modèles surmétalliques (pointillés) de 1.00 (rouge), 1.05 (vert) et 1.07 (bleu) $M_{\odot}$ avec $[Fe/H]_0 = 0.24$ , calculés avec le mélange de Théado & Vauclair (2003b). Les deux traits verticaux représentent le domaine de température effective 5600-5850 K dans lequel les étoiles avec planètes présentent une abondance en lithium $\log Li$ inférieure à 1.6 (trait horizontal). . . . .	85
4.10	Evolution du lithium en fonction de la température effective pour les mêmes modèles normaux (trait plein) que dans la Figure 4.9 et trois modèles avec accréation (tirets) de 1.00 (rouge), 1.05 (vert) et 1.07 (bleu) $M_{\odot}$ avec $M_{acc} = 1.7 M_J$ . . . . .	85

4.11	Evolution du lithium en fonction de l'âge pour un modèle standard de métallicité solaire de $1.02 M_{\odot}$ avec une vitesse de rotation initiale de $100 \text{ km.s}^{-1}$ (point-point-point-tirets), un modèle standard avec une vitesse de rotation initiale de $300 \text{ km.s}^{-1}$ (tirets), un modèle standard avec l'épaisseur de la zone de cisaillement sous la zone convective multipliée par 20 pendant les premiers 74 Myrs de la séquence principale (pointillés) et un modèle standard avec le coefficient de diffusion à la base de la zone convective multiplié par 1000 durant les premiers 74 Myrs de la séquence principale (trait plein). Les modèles sont calculés avec le mélange de Théado & Vauclair (2003b). . . . .	86
5.1	Comparaison entre le profil de vitesse du son des différents modèles (S1 : trait plein, S2 : pointillés, S3 : tirets, S4 : point-tirets, S5 : trois points-tirets, S6 : tirets longs) et celui déduit de l'héliosismologie . . .	92
5.2	Profils métalliques sous la zone convective des modèles S3 (tirets), S4 (point-tirets), S5 (trois points-tirets) et S6 (longs tirets). . . . .	94

# Bibliographie

- Adelberger, E.G., et al., 1998, RvMP, 70, 1265
- Alexander, D.R., Ferguson, J.W., 1994, ApJ, 437, 879
- Allen, C.W., 1976, Astrophysical Quantities, 3<sup>rd</sup> ed., London : Atholone Press
- Angulo, C., Arnould, M., Rayet, M., (NACRE collaboration), 1999, NUcl.Phys.A, 656, 1
- Antia, H.M., Basu, S., 2005, ApJ Lett., 620, 129
- Antia, H.M., Basu, S., Chitre, S.M., 1998, MNRAS, 298, 543
- Asplund, M., 2004, A&A, 417, 769
- Asplund, M., Grevesse, N., Sauval, A.J., 2005, in *Cosmic abundance as records of stellar evolutioun and nucleosynthesis*, eds. T.G. Barnes III, F.N. Bash, ASP Conf.Ser., 336, 25
- Bahcall, J.N., Pinsonneault, M.H., 1995, RvMP, 67, 781
- Bahcall, J.N., Basu, S., Pinsonneault, M.H., Serenelli, A.M., 2005a, ApJ, 618, 1049
- Bahcall, J.N., Basu, S., Serenelli, A.M., 2005b, ApJ, 631, 1281
- Basu, S., 1997, MNRAS, 288, 572
- Basu, S., Christensen-Dalsgaard, J., Chaplin, W.J., Elsworth, Y., Isaak, G.R., New, R., Shou, J., Thompson, M.J., Tomczyk, S., 1997, MNRAS, 292, 243
- Basu, S., Antia, H.M., 1997, MNRAS, 287, 189
- Basu, S., Antia, H.M., 2001, MNRAS, 324, 498
- Basu, S., Antia, H.M., 2004, ApJ, 606, 85
- Bazot, M., Vauclair, S., Bouchy, F., Santos, N.C., 2005, A&A, 440, 615
- Blöcker, T., Holweger, H., Freytag, B., Herwig, F., Ludwig, H.-G., Steffen, M., 1998, SSRv, 85, 105

- Boesgaard, A.M., Tripicco, M.J., 1986, ApJ, 302, 49
- Boesgaard, A.M., 1989, ApJ, 336, 798
- Böhm-Vitense, E., 1958, Z. Astrophys., 46, 108
- Brassard, P., Pelletier, C., Fontaine, G., Wesemael, F., 1992, ApJS, 80, 725
- Brown, T.M., Christensen-Dalsgaard, J., 1998, ApJ Lett., 500, 195
- Brun, A.S., Turck-Chièze, S., Zahn, J.-P., 1998, in *Structure and dynamics of the interior of the Sun and Sun-like stars*, ESA Publications Division, SP-418, 439
- Castor, J.I., Abbott, D.C., Klein, R.I., 1975, ApJ, 195, 157
- Castro, M., Vauclair, S., 2006, A&A, 456, 611
- Caughlan, G.R., Fowler, W.A., 1988, in *Atomic data and nuclear tables*, 40, 283
- Chaboyer, B., Demarque, P., Pinsonneault, M.H., 1995, ApJ, 441, 865
- Chaboyer, B., Zahn, J.-P., 1992, A&A, 253, 173
- Chapman, S., 1917, MNRAS, 77, 540
- Chapman, S., Cowling, T.G., 1970, in *The mathematical theory of non-uniform gases, an account of kinetic theory of viscosity, thermal conduction and diffusion in gases*, Cambridge University Press (3rd ed.)
- Charbonneau, P., Christensen-Dalsgaard, J., Henning, R., Larsen, R.M., Shou, J., Thompson, M.J., Tomczyk, S., 1999, ApJ, 527, 445
- Charbonnel, C., 1992, in *Formation et destruction du lithium dans les étoiles. Implications cosmologiques*, PhD Thesis, Université Toulouse III
- Charbonnel, C., Vauclair, S., Zahn, J.-P., 1992, A&A, 255, 191
- Charbonnel, C., Vauclair, S., Maeder, A., Meynet, G., Shaller, G., 1994, A&A, 283, 155
- Charbonnel, C., Talon, S., 2005, Science, 309, 2189
- Chen, Y.Q., Nissen, P.E., Benoni, T., Zhao, G., 2001, A&A, 371, 943
- Christensen-Dalsgaard, J., et al., 1996, Science, 272, 1286
- Cowling, T.G., 1931, MNRAS, 91, 472
- Cowling, T.G., 1935, MNRAS, 96, 42
- Cowling, T.G., 1941, MNRAS, 101, 367

- D'Antona, F., Mazzitelli, I., 1994, ApJS, 90, 467
- Däppen, W., 1992, RMxAA, 23, 141
- Drake, J.J., Testa, P., 2005, Nature, 436, 525
- Eddington, A.S., 1925, Observatory, 48, 78
- Eddington, A.S., 1926, in *The Internal Constitution of the Stars*, repr. 1959 Dover, New York
- Eddington, A.S., 1938, MNRAS, 99, 4
- Friel, E.D., Boesgaard, A.M., 1990, ApJ, 351, 480
- Gaigé, Y., 1993, A&A, 269, 267
- Garcia Lopez, R.J., Spruitt, H., 1991, ApJ, 377, 268
- Garcia Lopez, R.J., Rebolo, R., Herrero, A., Beckam, J.E., 1993, ApJ, 412, 173
- Gelly, G., Grec, G., Schmider, F.-X., Fossat, E., 1988, A&A, 200, 207
- Gilman, P.A., Fox, P.A., 1997, ApJ, 484, 439
- Gonzalez, G., 1998, A&A, 334, 221
- Gough, D.O., 1986, in *Hydrodynamic and magnetohydrodynamic problems in the Sun and stars*, ed. Osako, Y., University of Tokyo Press, 117-143
- Gough, D.O., 1990, in *Progress of seismology of the Sun and stars Proc.*, Oji International Seminar (Hakone)(Japan : Springer-Verlag), Lect. Notes Phys., 367, 283, eds Osaki, H. Shibahashi
- Gough, D.O., McIntyre, M.E., 1998, Nature, 394, 755
- Grevesse, N., 1991, A&A, 242, 488
- Grevesse, N., Noels, A., 1993, in *La Formation des Eléments Chimiques*, ed. R.D. Hrack & S. Paltani
- Gruzinov, A.V. Bahcall, J.N., 1998, ApJ, 504, 996
- Guenther, D.B., Demarque, P., Kim, Y.-C., Pinsonneault, M.H., 1992, ApJ, 387, 372
- Guzik, J.A., Watson, L.S., Cox, A.N., 2005, ApJ, 627, 1049
- Heney, L., Vardya, M.S., Bodenheimer, P., 1965, ApJ, 142, 841
- Hoyle, F., Lyttleton, R.A., 1942, MNRAS, 102, 177
- Huppert, H.E., Spiegel, E.A., 1977, ApJ, 213, 157

- Iglesias, C.A., Rogers, F.J., 1996, ApJ, 464, 943
- Israelian, G., Santos, N.C., Mayor, M., Rebolo, R., 2004, A&A, 414, 601
- Kawaler, S.D., 1988, ApJ, 333, 236
- Kippenhahn, R., Weigert, A., 1994, in *Stellar Structure and Evolution*, ed. Springer-Verlag, A&A Library
- Kosovichev, A.G., 1996, ApJ, 469, 61
- Kosovichev, A.G., et al., 1998, in *Sounding solar and stellar interiors*, ed. J. Provost & F.-X. Schmider (Nice : Obs. Côte d'Azur), 97
- Leighton, R.B., 1960, in *Aerodynamic Phenomena in Stellar Atmospheres*, IAU Symposium 12, ed. R.N. Thomas, 321
- Leighton, R.B., Noyes, R.W., Simon, G.W., 1962, ApJ, 135, 474
- Lucy, L.B., Solomon, P.M., 1970, ApJ, 159, 879
- Maeder, A., 1995, A&A, 299, 84
- Maeder, A., Zahn, J.-P., 1998, A&A, 334, 1000
- Mayor, M., Queloz, D., 1995, Nature, 378, 355
- Mestel, L., 1965, Stellar Structure, in *Stars and Stellar Systems* vol.8, ed. G.P. Kuiper, B.M. Middlehurst ; Univ. Chicago Press, 465
- Mestel, L., Moss, D.L., 1986, MNRAS, 221, 25
- Michaud, G., 1970, ApJ, 464, 943
- Michaud, G., 1986, ApJ, 302, 650
- Mihalas, D., Däppen, W., Hummer, D.G., 1988, ApJ, 331, 815
- Montalban, J., Shatzman, R., 2000, A&A, 354, 943
- Montalban, J., Miglio, A., Noels, A., Grevesse, N., DiMauro, M.-P., 2004, in *Proc. SOHO14/GONG2004 Workshop* (ESA SP-559), 456
- Montalban, J., Miglio, A., Théado, S., Noels, A., Grevesse, N., 2006, CoAst, 147, 80
- Murray, N., Chaboyer, B., Arras, P., Hansen, B., Noyes, R.W., 2001, ApJ, 555, 801
- Murray, N., Chaboyer, B., 2002, ApJ, 566, 442
- Öpik, E.J., 1951, MNRAS, 111, 278
- Palacios, A., Talon, S., Charbonnel, C., Forestini, M., 2003, A&A, 399, 603

- Palacios, A., Charbonnel, C., Talon, S., Siess, L., 2005, EAS, 17, 337
- Palacios, A., Charbonnel, C., Talon, S., Siess, L., 2006, A&A, 453, 261
- Paquette, C., Pelletier, C., Fontaine, G., Michaud, G., 1986, ApJS, 61, 177
- Pasquini, L., Kiu, Q., Pallavicini, R., 1994, A&A, 287, 191
- Pinsonneault, M.H., Kawaler, S.D., Demarque, P., 1990, ApJS, 74, 501
- Pinsonneault, M.H., DePoy, D.L., Coffee, M., 2001, ApJ, 556, 59
- Praderie, F., 1967, PhD Thesis, Université Paris
- Press, W.H., 1981, ApJ, 245, 286
- Proffitt, C.R., Michaud, G., 1991, ApJ, 371, 584
- Richard, O., Vauclair, S., Charbonnel, C., Dziembowski, W.A., 1996, A&A, 312, 1000
- Richard, O., 1999, in *Etude approfondie de la structure interne du Soleil : héliosismologie et modèles fins incluant la ségrégation détaillée des éléments et les processus de transport*, PhD Thesis, Université Paris VI
- Richard, O., Théado, S., Vauclair, S., 2004, SoPh, 220, 243
- Richer, J., Michaud, G., Proffitt, C.R., 1992, ApJS, 82, 329
- Richer, J., Michaud, G., 1993, ApJ, 416, 312
- Rogers, F.J., 2001, in *Contributions to plasma physics*, 41, 179
- Rogers, F.J., Swenson, F.J., Iglesias, C.A., 1996, ApJ, 456, 902
- Sandquist, E.L., Dokter, J.J., Lin, D.N.C., Mardling, R.A., 2002, ApJ, 572, 1012
- Santos, N.C., Israelian, G., Mayor, M., 2000, A&A, 363, 228
- Santos, N.C., Israelian, G., Mayor, M., 2001, A&A, 373, 1019
- Santos, N.C., Israelian, G., Mayor, M., Rebolo, R., Udry, S., 2003, A&A, 398, 363
- Santos, N.C., et al., 2004, A&A, 426, 19
- Schatzman, E., 1996, SoPh, 169, 245
- Schmelz, J.T., Nasraoui, K., Roames, J.K., Lippner, L.A., Garst, J.W., 2005, ApJ, 634, 197
- Soderblom, D.R., Jones, B.F., Balachandran, S., et al., 1993, AJ, 106, 1059

- Spiegel, E., Zahn, J.-P., 1992, A&A, 265, 106
- Stein, R.F., Leibacher, J., 1974, ARA&A, 12, 407
- Talon, S., Charbonnel, C., 1998, A&A, 335, 959
- Talon, S., Charbonnel, C., 2000, in *The Light Elements and their Evolution*, IAU Symposium 198, 22-26 Nov 1999, Natal, Brésil, ed. L. Da Silva, R. de Medeiros and M. Spite, 516
- Talon, S., Charbonnel, C., 2005, A&A, 440, 981
- Talon, S., Zahn, J.-P., 1997, A&A, 317, 749
- Tassoul, M., 1980, ApJS, 43, 469
- Théado, S., 2002, in *Instabilités hydrodynamiques dans les étoiles en rotation en relation avec l'hélio- et l'astéro-sismologie et les contraintes imposées par l'observation des éléments légers*, PhD Thesis, Université Toulouse III
- Théado, S., Vauclair, S., 2003a, ApJ, 587, 777
- Théado, S., Vauclair, S., 2003b, ApJ, 587, 784
- Théado, S., Vauclair, S., 2003c, ApJ, 587, 795
- Théado, S., Vauclair, S., Castro, M., Charpinet, S., Dolez, N., 2005, A&A, 437, 553
- Turcotte, S., Richer, J., Michaud, G., Iglesias, C.A., Rogers, F.J., 1998, ApJ, 504, 539
- Turck-Chièze, S., Couvidat, S., Piau, L., Ferguson, J., Lambert, P., Ballot, J., Garcia, R.A., Nghiem, P.A.P., 2004, Phys. Rev. Lett., 93, 211102
- Ulrich, R.K., 1970, ApJ, 162, 993
- Unsöld, A., 1929a, ApJ, 69, 209
- Unsöld, A., 1929b, ApJ, 69, 275
- Unsöld, A., 1929c, BHarO., 870, 13
- Vandakurov, Y.V., 1967, Astron. Zh., 44, 786 (English translation : Soviet Astronomy AJ, 11, 630)
- Vauclair, S., 2004, ApJ, 605, 874
- Vauclair, S., Vauclair, G., Schatzman, E., Michaud, G., 1978, ApJ, 223, 567
- Vauclair, S., Théado, S., 2004, A&A, 425, 179
- Vogt, H., 1925, Astron. Nachr., 223, 229



Wallerstein. G., Herbig, G.H., Conti, P.S., 1965, ApJ, 141, 610

Watson, W.D., 1971, A&A, 13, 263

Young, P.R., 2005, A&A, 444, 45

Zahn, J.-P., 1975, MSRSL 6e série, 8, 31

Zahn, J.-P., 1992, A&A, 265, 115



**AUTHOR :** Matthieu CASTRO

**TITLE :** STUDY OF CHEMICAL ELEMENTS AND SEISMIC TESTS OF THE INTERNAL STRUCTURE OF THE SUN AND THE STARS

**THESIS SUPERVISOR :** Sylvie VAUCLAIR

---

**SUMMARY :** Stellar physics groups different fields which come from hydrodynamic modelisation to asteroseismology, or abundances observations and extrasolar planets searching. The work presented in this thesis is diversified and is related to several of these fields. It uses computer tools of modelisation such as the TGE (Toulouse-Geneva Evolution Code) or the adiabatic oscillations code PULSE.

The two first parts of this manuscript present by a theoretical way the transport processes and the principles of asteroseismology used in the stellar models.

The third part is interested by the asteroseismic signature of the helium diffusion in the late F-type stars et by its evolution. We show that the gradient created by the helium diffusion under the convective zone leads to a spike in the Fourier transform of the second differences of the oscillation frequencies spectra. The more important is the gradient, the higher is the amplitude of the spike.

The fourth chapter studies the lithium depletion in stars with planet. Recent observations of Israelian et al. (2004) show that the cold stars with planet have an important lithium depletion, contrary to the stars without planet. Our overmetallic models have allowed to show, on the one hand that the  $\mu$ -gradient could stabilize the mixing in stars without planet, preventing the lithium destruction, and on the other hand that the destruction in stars with planet could come from shearing instabilities due to the planets migration to the central star.

Finally, the fifth part present a work on solar models with the new abundances of Asplund et al. (2005), which show a disagreement with the helioseismic inferences. Our models simulating an undermetallic accretion at the beginning of the main sequence improve the situation but do not succeed to restore the agreement with helioseismology, despite the introduction of an overshooting and a rotational mixing under the base of the convective zone.

---

**KEYWORDS :** Stars : oscillations, stars : abundances, stars : interiors, Sun : abundances, Sun : helioseismology, diffusion, accretion, turbulence.

---

**AUTEUR :** Matthieu CASTRO

**TITRE :** ETUDE DES ELEMENTS CHIMIQUE ET TESTS SISMIQUES DE LA STRUCTURE INTERNE DU SOLEIL ET DES ETOILES

**DIRECTRICE DE THÈSE :** Sylvie VAUCLAIR

**DATE ET LIEU DE SOUTENANCE :** Le Vendredi 08 Décembre 2006 à 14h30, Salle Coriolis de l'Observatoire Midi-Pyrénées, Toulouse

---

**RÉSUMÉ :** La physique stellaire regroupe aujourd'hui différents domaines qui vont de la modélisation hydrodynamique à l'astérosismologie en passant par les observations d'abondances et la recherche de planètes extrasolaires. Le travail présenté dans cette thèse s'est voulu diversifié et fait appel à plusieurs de ces domaines. Il utilise les outils informatiques de modélisation tels que le TGEC (Toulouse-Geneva Evolution Code) ou le code d'oscillations adiabatiques PULSE.

Les deux premières parties de ce manuscrit présentent de manière théorique les processus de transport et les principes de l'astérosismologie utilisés dans les modèles stellaires.

La troisième partie s'intéresse à la signature astérosismique de la diffusion de l'hélium dans les étoiles de type F tardives et à son évolution. Nous montrons que le gradient créé par la diffusion de l'hélium sous la zone convective conduit à un pic dans le transformée de Fourier des secondes différences de spectre de fréquences d'oscillations. Plus le gradient est important, plus l'amplitude du pic est grande.

Le quatrième chapitre étudie la destruction du lithium dans les étoiles avec planètes. De récentes observations de Israelian et al. (2004) montrent que les étoiles froides avec planètes présentent une destruction du lithium importante, contrairement aux étoiles sans planètes. Nos modèles surmétalliques ont permis de montrer d'une part que le gradient de  $\mu$  pouvait stabiliser le mélange dans les étoiles sans planètes, empêchant la destruction du lithium, et d'autre part que cette destruction dans les étoiles avec planètes pouvait provenir d'instabilités de cisaillement dues à la migration des planètes vers leur étoile centrale.

Enfin, la cinquième partie présente un travail sur les modèles solaires avec les nouvelles abondances de Asplund et al. (2005), qui présentent un désaccord avec les déductions héliosismiques. Nos modèles simulant une accréation sous-métallique au début de la séquence principale améliorent la situation mais ne réussissent pas à rétablir l'accord avec l'héliosismologie, malgré l'introduction d'un overshooting et d'un mélange rotationnel sous la base de la zone convective.

---

**MOTS-CLEFS :** Etoiles : oscillations, étoiles : abondances, étoiles : intérieurs, Soleil : abondances, Soleil : héliosismologie, diffusion, accréation, turbulence.

---

**DISCIPLINE ADMINISTRATIVE :** Astrophysique

---

**INTITULÉ ET ADRESSE DU LABORATOIRE :**

Laboratoire d'Astrophysique de Toulouse et de Tarbes – UMR 5572  
Observatoire Midi-Pyrénées  
14, avenue Edouard Belin  
31400 Toulouse  
FRANCE